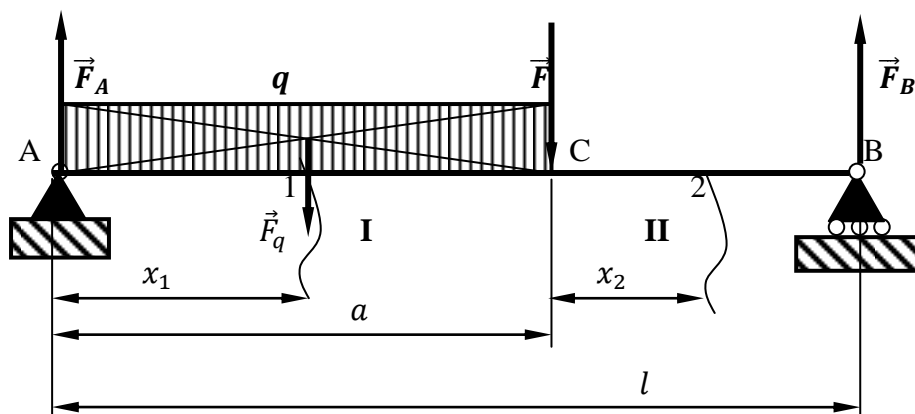


ЗАДАТАК БРОЈ 1

30 бодова

За носач приказан на наредној слици потребно је одредити:

1. отпоре у ослонцима А и В;
2. вриједност трансверзалне силе у пољу I ако је $x_1 = 0 [m]$, $x_1 = 2 [m]$ и $x_1 = 4 [m]$; и у пољу II ако је $x_2 = 0 [m]$, $x_2 = 1 [m]$ и $x_2 = 2 [m]$;
3. вриједност аксијалне силе која оптерећује носач;
4. вриједност момената савијања у пољу I ако је $x_1 = 0 [m]$, $x_1 = 2 [m]$ и $x_1 = 4 [m]$; и у пољу II ако је $x_2 = 0 [m]$, $x_2 = 1 [m]$ и $x_2 = 2 [m]$;
5. удаљеност тачке D од ослонца А у којој трансверзална сила мијења знак;
6. вриједност максималног момента савијања;
7. нацртати дијаграм трансверзалне и аксијалне силе и дијаграм момената савијања;



Подаци

$$F = 50 [kN]$$

$$q = 20 \left[\frac{kN}{m} \right]$$

$$a = 4 [m]$$

$$l = 6 [m]$$

Поље I од А до С

Поље II од С до В

1. Отпори ослонаца

$$F_q = q \cdot a = 20 \cdot 4 = 80 [kN]$$

$$\sum x = 0 \text{ носач није оптерећен хоризонталним силама}$$

$$\sum y = 0 \rightarrow F_A - F_q - F + F_B = 0$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -F_q \cdot \frac{a}{2} - F \cdot a + F_B \cdot l = 0$$

$$F_B = \frac{F_q \cdot \frac{a}{2} + F \cdot a}{l} = \frac{80 \cdot 2 + 50 \cdot 4}{6} = 60 [kN]$$

Сваки тачан резултат је 1 бод
Укупно 3 бода

$$F_A = F_q + F - F_B = 80 + 50 - 60 = 70 [kN]$$

2. Трансверзалне силе

Поље I

Тачка А ($x_1 = 0 [m]$)

$$F_{tA} = F_A - q \cdot x_1 = 70 - 20 \cdot 0 = 70 [kN]$$

Тачка 1 ($x_1 = 2 [m]$)

$$F_{t1} = F_A - q \cdot x_1 = 70 - 20 \cdot 2 = 30 [kN]$$

Тачка С ($x_1 = 4$ [m])

$$F_{tC} = F_A - q \cdot x_1 = 70 - 20 \cdot 4 = -10[kN]$$

Поље II

Тачка С ($x_2 = 0$ [m])

$$F_{tC} = F_A - q \cdot a - F = 70 - 20 \cdot 4 - 50 = -60[kN]$$

Тачка 2 ($x_2 = 1$ [m])

$$F_{t2} = F_A - q \cdot a - F = 70 - 20 \cdot 4 - 50 = -60[kN]$$

Тачка В ($x_2 = 2$ [m])

$$F_{tB} = F_A - q \cdot a - F = 70 - 20 \cdot 4 - 50 = -60[kN]$$

Сваки тачан резултат је 1 бод
Укупно 6 бодова

3. Аксијална сила

Носач није аксијално оптерећен

Укупно 1 бод

4. Моменти савијања

Поље I

Тачка А ($x_1 = 0$ [m])

$$M_{sA} = F_A \cdot x_1 - q \cdot \frac{x_1^2}{2} = 70 \cdot 0 - 20 \cdot \frac{0}{2} = 0[kNm]$$

Тачка 1 ($x_1 = 2$ [m])

$$M_{s1} = F_A \cdot x_1 - q \cdot \frac{x_1^2}{2} = 70 \cdot 2 - 20 \cdot \frac{2^2}{2} = 100[kNm]$$

Тачка С ($x_1 = 4$ [m])

$$M_{sC} = F_A \cdot x_1 - q \cdot \frac{x_1^2}{2} = 70 \cdot 4 - 20 \cdot \frac{4^2}{2} = 120[kNm]$$

Поље II

Тачка С ($x_2 = 0$ [m])

$$M_{sC} = F_A \cdot (a + x_2) - F_q \cdot \left(\frac{a}{2} + x_2\right) - F \cdot x_2 = 70 \cdot 4 - 80 \cdot 2 - 50 \cdot 0 = 120[kNm]$$

Тачка 2 ($x_2 = 1$ [m])

$$M_{s2} = F_A \cdot (a + x_2) - F_q \cdot \left(\frac{a}{2} + x_2\right) - F \cdot x_2 = 70 \cdot 5 - 80 \cdot 3 - 50 \cdot 1 = 60[kNm]$$

Тачка В ($x_2 = 2$ [m])

$$M_{sB} = F_A \cdot (a + x_2) - F_q \cdot \left(\frac{a}{2} + x_2\right) - F \cdot x_2 = 70 \cdot 6 - 80 \cdot 4 - 50 \cdot 2 = 0[kNm]$$

Сваки тачан резултат је 1 бод
Укупно 6 бодова

5. Удаљеност тачке D од ослоња А у којој трансверзална сила мијења знак

$$F_A - q \cdot x_D = 0 \rightarrow x_D = \frac{F_A}{q} = \frac{70}{20} = 3,5[m]$$

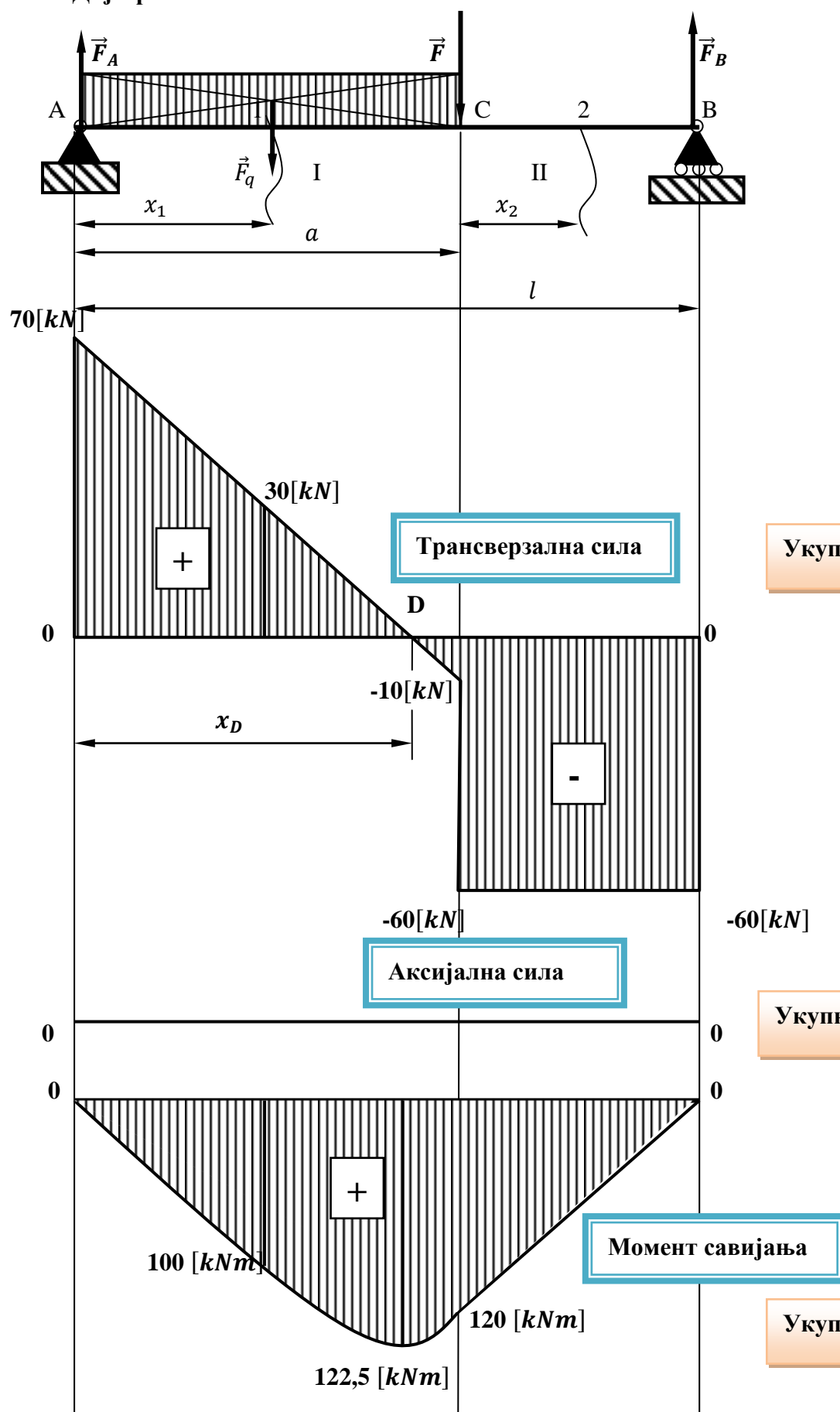
Укупно 1 бод

6. Максимални момент савијања

$$M_{smax} = F_A \cdot x_D - \frac{q \cdot x_D^2}{2} = 70 \cdot 3,5 - \frac{20 \cdot 3,5^2}{2} = 122,5[kNm]$$

Укупно 1 бод

7. Дијаграми



Укупно 5 бодова

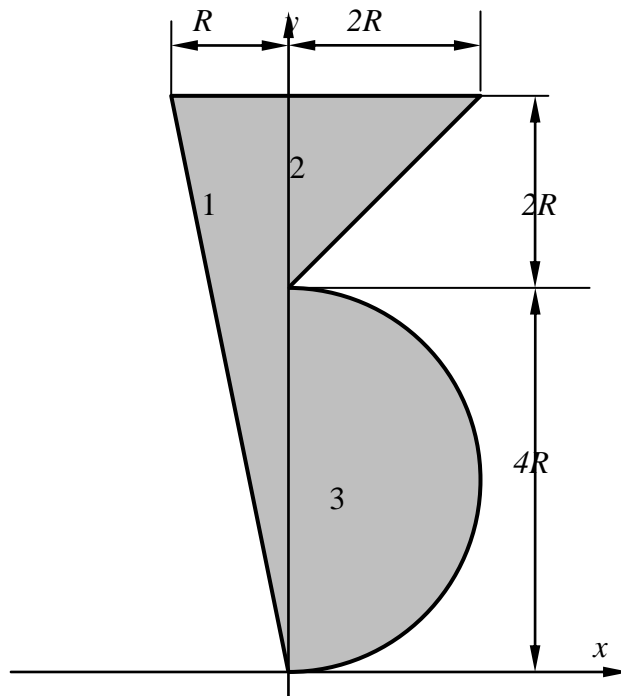
Укупно 2 бода

Укупно 5 бодова

ЗАДАТАК БРОЈ 2

15 бодова

За хомогену раванску површину, приказану на слици, треба одредити удаљеност тежишта од „ x “ и „ y “ осе.



Подаци:
 $R = 10 \text{ [cm]}$

*површине су означене
бројевима од 1 до 3

$$A_1 = \frac{6R \cdot R}{2} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 10}{2} = 300 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$x_1 = -\frac{R}{3} = -\frac{10}{3} = -3,33 \text{ [cm]}$$

$$y_1 = \frac{2}{3}6R = \frac{2}{3}6 \cdot 10 = 40 \text{ [cm]}$$

$$A_2 = \frac{2R \cdot 2R}{2} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10}{2} = 200 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$x_2 = \frac{2R}{3} = \frac{2 \cdot 10}{3} = 6,67 \text{ [cm]}$$

$$y_2 = 4R + \frac{2}{3}2R = 4 \cdot 10 + \frac{2}{3}2 \cdot 10 = 53,33 \text{ [cm]}$$

$$A_3 = \frac{(2R)^2 \cdot \pi}{4} = \frac{(2 \cdot 10)^2 \cdot 3,14}{4} = 628 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$x_3 = \frac{4 \cdot 2 \cdot R}{3\pi} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10}{3 \cdot 3,14} = 8,49 \text{ [cm]}$$

$$y_3 = 2R = 2 \cdot 10 = 20 \text{ [cm]}$$

$$X_C = \frac{(A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3)}{(A_1 + A_2 + A_3)} = \frac{300 \cdot (-3,33) + 200 \cdot 6,67 + 625 \cdot 8,49}{300 + 200 + 628} = 5,023 \text{ [cm]}$$

$$Y_C = \frac{(A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3)}{(A_1 + A_2 + A_3)} = \frac{300 \cdot 40 + 200 \cdot 53,33 + 625 \cdot 20}{300 + 200 + 628} = 31,23 \text{ [cm]}$$

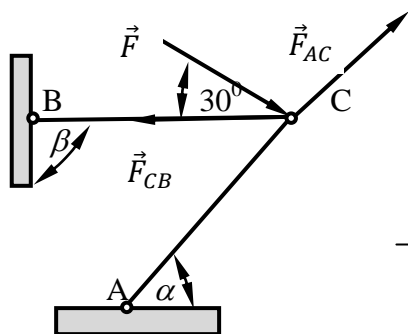
Сваки тачан резултат је 1 бод
Укупно 9 бодова

Сваки тачан резултат је 3 бода
Укупно 6 бодова

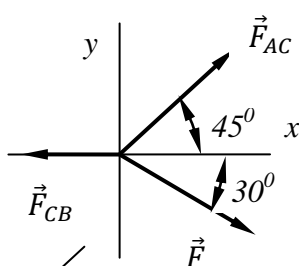
ЗАДАТАК БРОЈ 3

15 бодова

На штапове који су међусобно и за зид зглобно везани, дјелује сила \vec{F} као што је приказано на слици. Аналитички одредити силе у штаповима. Подаци: $F = 200[kN]$; $\alpha = 45^\circ$; $\beta = 90^\circ$.



Аналитичко рјешење



Свака тачано написана сума је 3 бода
Укупно 6 бодова

$$\sum x = 0 \rightarrow F \cdot \cos 30^\circ + F_{AC} \cdot \cos 45^\circ - F_{CB} = 0$$

$$\sum y = 0 \rightarrow -F \cdot \sin 30^\circ + F_{AC} \cos 45^\circ = 0$$

$$F_{AC} = \frac{F \cdot \sin 30^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{200 \cdot 0,5}{0,707} = 141,44[kN]$$

Исправно нацртана слика је 3 бода

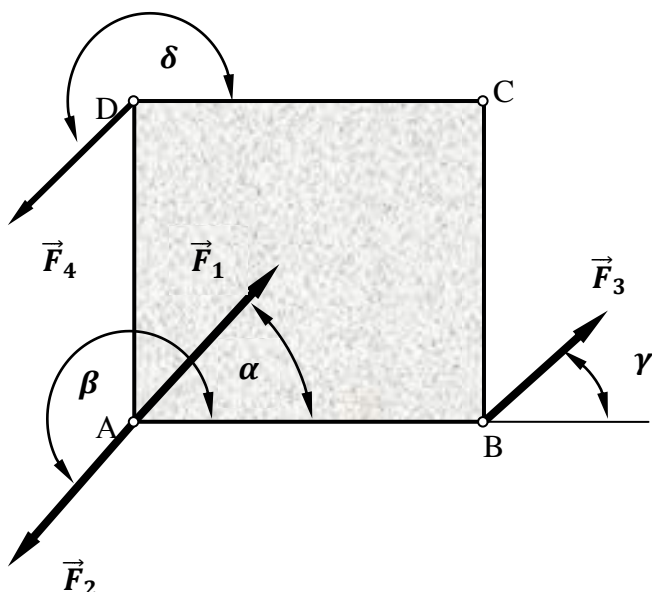
$$\begin{aligned} F_{CB} &= F \cdot \cos 30^\circ + F_{AC} \cdot \cos 45^\circ \\ &= 200 \cdot 0,866 + 141,44 \cdot 0,707 \\ &= 173,2 + 100 = 273,2[kN] \end{aligned}$$

Сваки тачан резултат је 3 бода
Укупно 6 бодова

ЗАДАТАК БРОЈ 4

15 бодова

На квадратну плочу приказану на слици дејствује систем сила као на слици. Изврши редукцију датог система сила на тачку С и одреди интензитет, правац и смјер главног вектора и интензитет главног момента.



Подаци

$$\begin{aligned} F_1 &= 100[N]; & \alpha &= 45^\circ \\ F_2 &= 100[N]; & \beta &= 225^\circ \\ F_3 &= 100[N]; & \gamma &= 45^\circ \\ F_4 &= 100[N]; & \delta &= 225^\circ \end{aligned}$$

$$\square a = 4[m]$$

$$X_1 = F_1 \cdot \cos 45^\circ = 100 \cdot 0,707 = 70,7[N]$$

$$Y_1 = F_1 \cdot \sin 45^\circ = 100 \cdot 0,707 = 70,7[N]$$

$$X_2 = F_2 \cdot \cos 225 = 100 \cdot (-0,707) = -70,7[N]$$

$$Y_2 = F_2 \cdot \sin 225 = 100 \cdot (-0,707) = -70,7[N]$$

$$X_3 = F_3 \cdot \cos 45 = 100 \cdot 0,707 = 70,7[N]$$

$$Y_3 = F_3 \cdot \sin 45 = 100 \cdot 0,707 = 70,7[N]$$

$$X_4 = F_4 \cdot \cos 225 = 100 \cdot (-0,707) = -70,7[N]$$

$$Y_4 = F_4 \cdot \sin 225 = 100 \cdot (-0,707) = -70,7[N]$$

$$X_R = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 0$$

$$Y_R = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 = 0$$

$$F_R = \sqrt{X_R^2 + Y_R^2} = 0$$

Сваки тачан резултат је 1 бод
Укупно 11 бодова

Моменти силе \vec{F}_1 и \vec{F}_2 за тачку C су једнаки нули (нападне линије сила пролазе кроз тачку C).

Момент вертикалне компоненте силе \vec{F}_3 и хоризонталне компоненте силе \vec{F}_4 за тачку C је једнак нули (нападне линије ових компонената сила пролазе кроз тачку C).

Хоризонтална компонента силе \vec{F}_3 и вертикална компонента силе \vec{F}_4 дају позитиван момент за тачку C.

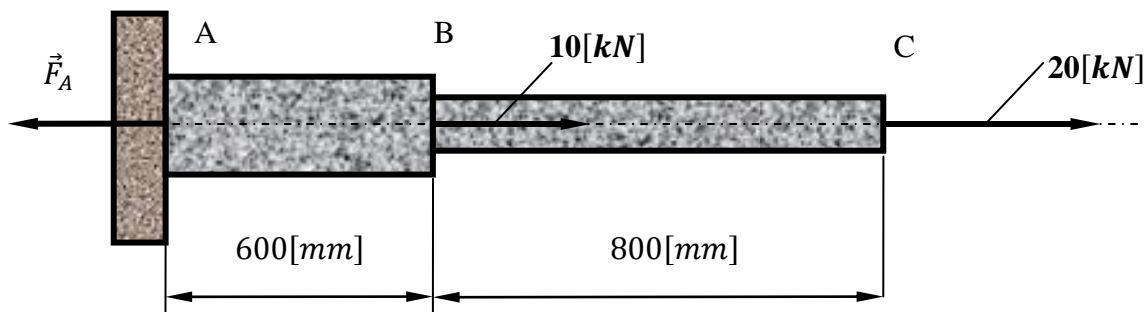
$$M_{oC} = X_3 \cdot 4 + Y_4 \cdot 4 = 70,7 \cdot 4 + 70,7 \cdot 4 = 565,6 [Nm]$$

Тачан резултат је 4 бода

ЗАДАТАК БРОЈ 5

15 бодова

Склоп се састоји од алуминијумског стуба AB, пречника 20 [mm] и челичне шипке BC пречника 10 [mm] причвршћених за зид у тачки A. Одреди помјерање тачке C склопа када је оптерећен као на слици. Модули еластичности су: за алуминијум $E_{Al} = 7 \cdot 10^9 [N/m^2]$, а за челик је $E_{\check{c}} = 2 \cdot 10^{11} [N/m^2]$.



Реакција везе A се одређује из услова равнотеже свих сила у правцу уздужне осе:

$$\sum Z_i = 0 \rightarrow -F_A + 10 + 20 = 0 \rightarrow F_A = 30[kN]$$

Тачан резултат је 2 бода

Стуб АВ је оптерећен силом:

$$F_{aAB} = F_A = \mathbf{30[kN]}$$

Тачан резултат је 2 бода

Издужење сегмента АВ је:

$$\Delta l_{AB} = \frac{F_{aAB} \cdot l}{A \cdot E_{Al}} = \frac{30000 \cdot 0,6}{7 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,02^2 \cdot \pi}{4}} = \mathbf{0,00819 [m]}$$

Тачан резултат је 3 бода

Аксијално напрезање сегмента ВС је:

$$F_{aBC} = F_A - 10 = \mathbf{20[kN]}$$

Тачан резултат је 2 бода

Аксијално издужење сегмента ВС је:

$$\Delta l_{BC} = \frac{F_{aBC} \cdot l}{A \cdot E_{\check{c}}} = \frac{20000 \cdot 0,8}{2 \cdot 10^{11} \cdot \frac{0,01^2 \cdot \pi}{4}} = \mathbf{0,00102 [m]}$$

Тачан резултат је 3 бода

Укупно помјерање тачке С је:

$$\Delta l_C = \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} = \mathbf{0,00819 + 0,00102 = 0,00921 [m] = 9,21 [mm]}$$

Тачан резултат је 3 бода