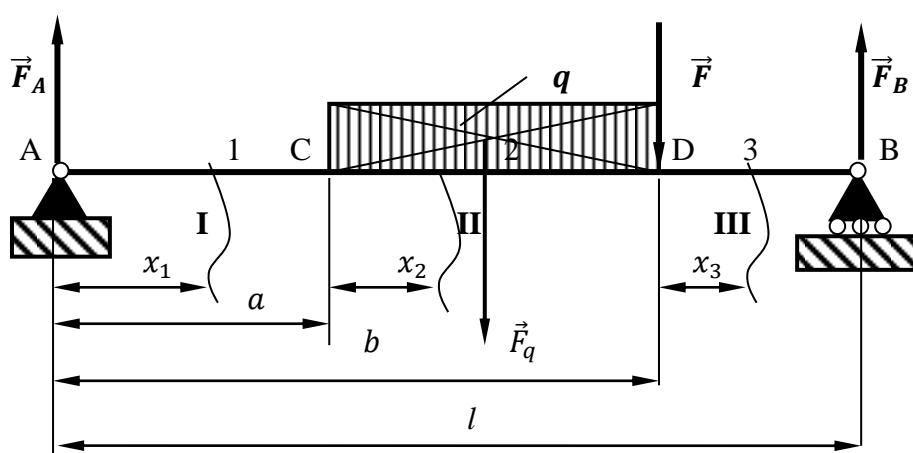


**ЗАДАТАК БРОЈ 1**

**35 бодова**

За носач приказан на наредној слици потребно је одредити:

1. отпоре у ослоњцима А и В;
2. вриједност трансверзалне силе у пољу I ако је  $x_1 = 0 [m]$ ,  $x_1 = 1 [m]$  и  $x_1 = 2 [m]$ ; у пољу II ако је  $x_2 = 0 [m]$ ,  $x_2 = 1 [m]$  и  $x_2 = 2 [m]$ ; у пољу III ако је  $x_3 = 0 [m]$ ,  $x_3 = 1 [m]$  и  $x_3 = 2 [m]$ ;
3. вриједност аксијалне силе која оптерећује носач;
4. вриједност момената савијања у пољу I ако је  $x_1 = 0 [m]$ ,  $x_1 = 1 [m]$  и  $x_1 = 2 [m]$ ; у пољу II ако је  $x_2 = 0 [m]$ ,  $x_2 = 1 [m]$  и  $x_2 = 2 [m]$ ; у пољу III ако је  $x_3 = 0 [m]$ ,  $x_3 = 1 [m]$  и  $x_3 = 2 [m]$ ;
5. удаљеност тачке од ослонца А у којој трансверзална сила мијења знак;
6. вриједност максималног момента савијања;
7. нацртати дијаграм трансверзалне и аксијалне силе и дијаграм момената савијања;



Подаци

$$F = 100 [kN]$$

$$q = 20 \left[ \frac{kN}{m} \right]$$

$$a = 2 [m]$$

$$b = 4 [m]$$

$$l = 6 [m]$$

Поље I од А до С

Поље II од С до D

Поље III од D до В

**1. Отпори ослонаца**

$$F_q = q \cdot (b - a) = 20 \cdot 2 = 40 [kN]$$

$$\sum x = 0 \rightarrow \text{носач није оптерећен хоризонталним силама}$$

$$\sum y = 0 \rightarrow F_A - F_q - F + F_B = 0$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -F_q \cdot \left( a + \frac{b-a}{2} \right) - F \cdot b + F_B \cdot l = 0$$

$$F_B = \frac{F_q \cdot \left( a + \frac{b-a}{2} \right) + F \cdot b}{l} = \frac{40 \cdot 3 + 100 \cdot 4}{6} = 86,67 [kN]$$

$$F_A = F_q + F - F_B = 40 + 100 - 86,67 = 53,33 [kN]$$

Сваки тачан резултат је 1 бод  
Укупно 3 бода

## 2. Трансверзалне силе

### Поље I

Тачка A ( $x_1 = 0$  [m])

$$F_{tA} = F_A = 53,33[kN]$$

Тачка 1 ( $x_1 = 1$  [m])

$$F_{t1} = F_A = 53,33[kN]$$

Тачка C ( $x_1 = 2$  [m])

$$F_{tC} = F_A = 53,33[kN]$$

### Поље II

Тачка C ( $x_2 = 0$  [m])

$$F_{tC} = F_A - q \cdot x_2 = 53,33 - 20 \cdot 0 = 53,33[kN]$$

Тачка 2 ( $x_2 = 1$  [m])

$$F_{t2} = F_A - q \cdot x_2 = 53,33 - 20 \cdot 1 = 33,33[kN]$$

Тачка D ( $x_2 = 2$  [m])

$$F_{tD} = F_A - q \cdot x_2 = 53,33 - 20 \cdot 2 = 13,33[kN]$$

### Поље III

Тачка D ( $x_3 = 0$  [m])

$$F_{tD} = F_A - F_q - F = 53,33 - 40 - 100 = -86,67[kN]$$

Тачка 3 ( $x_3 = 1$  [m])

$$F_{t3} = F_A - F_q - F = 53,33 - 40 - 100 = -86,67[kN]$$

Тачка B ( $x_3 = 2$  [m])

$$F_{tB} = F_A - F_q - F = 53,33 - 40 - 100 = -86,67[kN]$$

## 3. Аксијална сила

Носач није аксијално оптерећен

Сваки тачан резултат је 1 бод  
Укупно 9 бодова

Укупно 1 бод

#### 4. Моменти савијања

##### Поље I

Тачка A ( $x_1 = 0$  [m])

$$M_{sA} = F_A \cdot x_1 = 53,33 \cdot 0 = 0[kNm]$$

Тачка 1 ( $x_1 = 1$  [m])

$$M_{s1} = F_A \cdot x_1 = 53,33 \cdot 1 = 53,33[kNm]$$

Тачка C ( $x_1 = 2$  [m])

$$M_{sC} = F_A \cdot x_1 = 53,33 \cdot 2 = 106,67[kNm]$$

##### Поље II

Тачка C ( $x_2 = 0$  [m])

Сваки тачан резултат је 1 бод  
Укупно 9 бодова

$$M_{sC} = F_A \cdot a - q \cdot \frac{x_2^2}{2} = 53,33 \cdot 2 - 20 \cdot 0 = 106,67[kNm]$$

Тачка 2 ( $x_2 = 1$  [m])

$$M_{s2} = F_A \cdot (a + x_2) - q \cdot \frac{x_2^2}{2} = 53,33 \cdot 3 - 20 \cdot 0,5 = 150[kNm]$$

Тачка D ( $x_2 = 2$  [m])

$$M_{sD} = F_A \cdot (a + x_2) - q \cdot \left(\frac{x_2^2}{2}\right) = 53,33 \cdot 4 - 20 \cdot 2 = 173,32[kNm]$$

##### Поље III

Тачка D ( $x_3 = 0$  [m])

$$M_{sD} = F_A \cdot (b + x_3) - F_q \cdot \left(\frac{b-a}{2} + x_3\right) = 53,33 \cdot 4 - 40 \cdot 1 = 173,32[kNm]$$

Тачка 3 ( $x_3 = 1$  [m])

$$M_{s3} = F_A \cdot (b + x_3) - F_q \cdot \left(\frac{b-a}{2} + x_3\right) - F \cdot x_3 = 53,33 \cdot 5 - 40 \cdot 2 - 100 \cdot 1 = 86,65[kNm]$$

Тачка B ( $x_3 = 2$  [m])

$$M_{sB} = F_A \cdot (b + x_3) - F_q \cdot \left(\frac{b-a}{2} + x_3\right) - F \cdot x_3 = 53,33 \cdot 6 - 40 \cdot 3 - 100 \cdot 2 = 0[kNm]$$

**5. Удаљеност тачке од ослоња А у којој трансверзална сила мијења знак**

Трансверзална сила мијења знак у тачки **D**

Укупно 1 бод

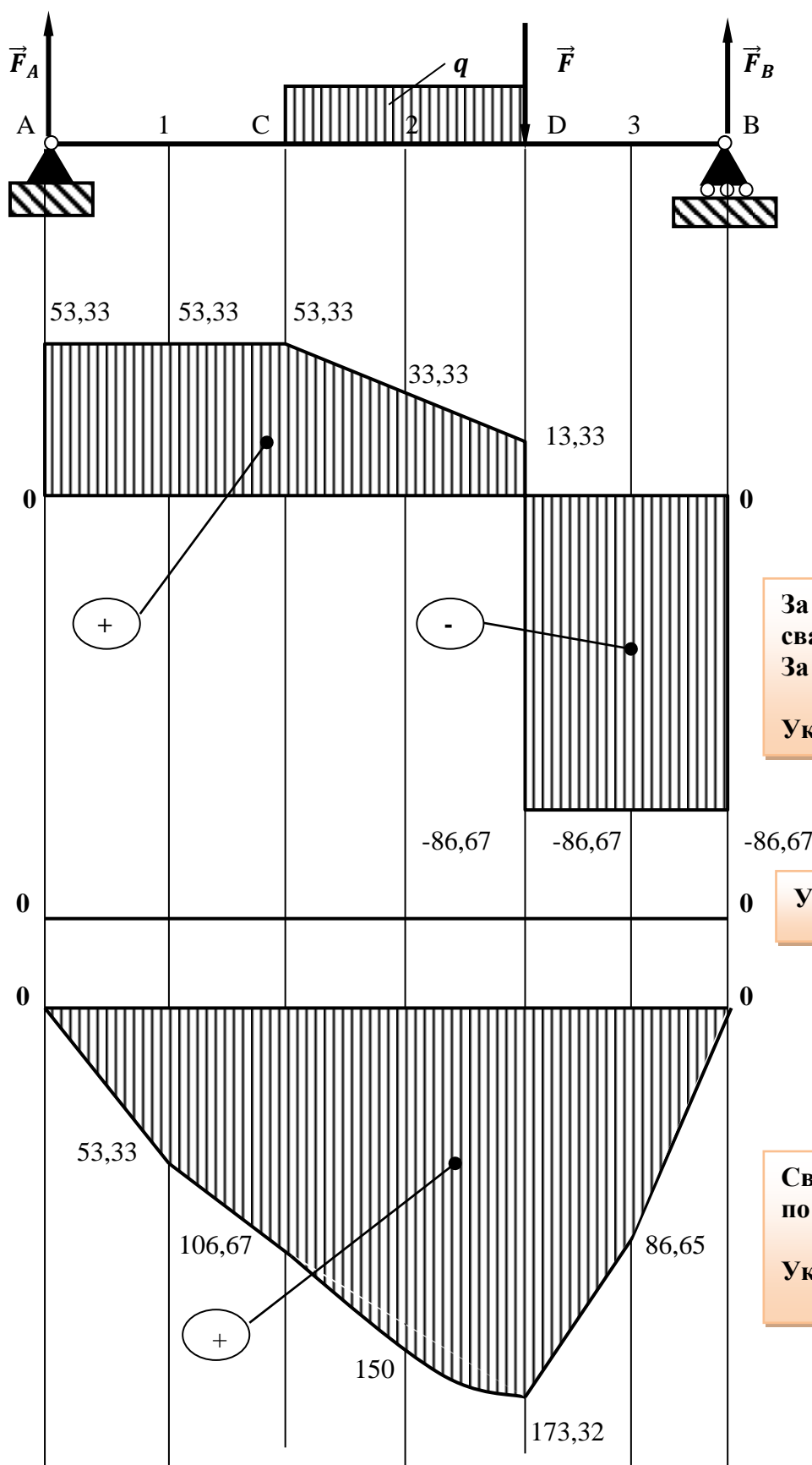
$$x_D = 4 \text{ [m]}$$

**6. Максимални момент савијања**

$$M_{smax} = F_A \cdot x_D - F_q \cdot 1 = 53,33 \cdot 4 - 40 \cdot 1 = 173,32 \text{ [kNm]}$$

Укупно 1 бод

7. Дијаграми



За тачан дијаграм у  
сваком пољу по 1 бод  
За тачан знак по 1 бод

Укупно 5 бодова

Укупно 1 бод

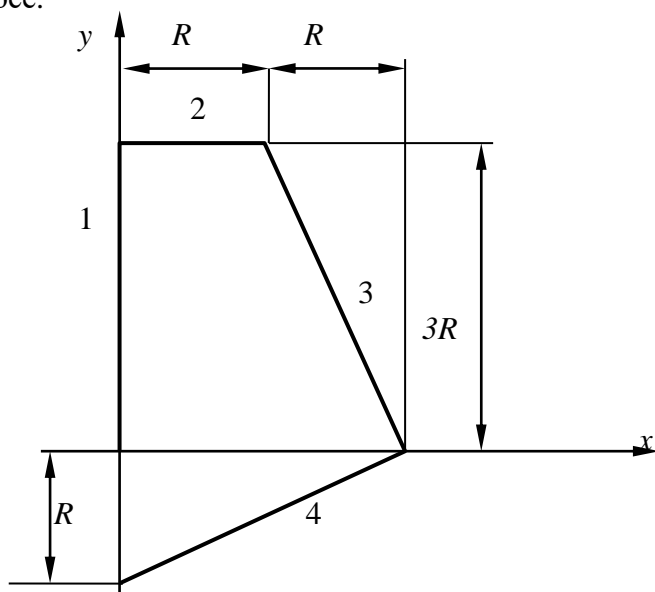
Свака тачна вриједност  
по 1 бод

Укупно 5 бодова

**ЗАДАТАК БРОЈ 2**

**20 бодова**

За хомогену раванску линију, приказану на слици, треба одредити удаљеност тежишта од „ $x$ “ и „ $y$ “ осе.



Подаци:

$$R = 10 \text{ [cm]}$$

\*линије су означене  
бројевима од 1 до 4

$$L_1 = 3R = 30 \text{ [cm]}$$

$$x_1 = 0 \text{ [cm]}$$

$$y_1 = \frac{3}{2}R = \frac{3}{2}10 = 15 \text{ [cm]}$$

$$L_2 = R = 10 \text{ [cm]}$$

$$x_2 = \frac{R}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ [cm]}$$

$$y_2 = 3R = 3 \cdot 10 = 30 \text{ [cm]}$$

$$L_3 = \sqrt{R^2 + (3R)^2} = \sqrt{10^2 + (3 \cdot 10)^2} = 31,62 \text{ [cm]}$$

$$x_3 = R + \frac{R}{2} = 10 + \frac{10}{2} = 15 \text{ [cm]}$$

$$y_3 = \frac{3R}{2} = \frac{3 \cdot 10}{2} = 15 \text{ [cm]}$$

$$L_4 = \sqrt{R^2 + (2R)^2} = \sqrt{10^2 + (2 \cdot 10)^2} = 22,36 \text{ [cm]}$$

$$x_4 = \frac{2R}{2} = \frac{2 \cdot 10}{2} = 10 \text{ [cm]}$$

Сваки тачан резултат је 1 бод  
Укупно 12 бодова

$$y_4 = -\frac{R}{2} = -\frac{10}{2} = -5 \text{ [cm]}$$

$$X_C = \frac{(L_1 \cdot x_1 + L_2 \cdot x_2 + L_3 \cdot x_3 + L_4 \cdot x_4)}{(L_1 + L_2 + L_3 + L_4)} = \frac{30 \cdot 0 + 10 \cdot 5 + 31,62 \cdot 15 + 22,36 \cdot 10}{30 + 10 + 31,62 + 22,36} = 7,95 \text{ [cm]}$$

$$Y_C = \frac{(L_1 \cdot y_1 + L_2 \cdot y_2 + L_3 \cdot y_3 + L_4 \cdot y_4)}{(L_1 + L_2 + L_3 + L_4)} = \frac{30 \cdot 15 + 10 \cdot 30 + 31,62 \cdot 15 + 22,36 \cdot (-5)}{30 + 10 + 31,62 + 22,36} = 11,83 \text{ [cm]}$$

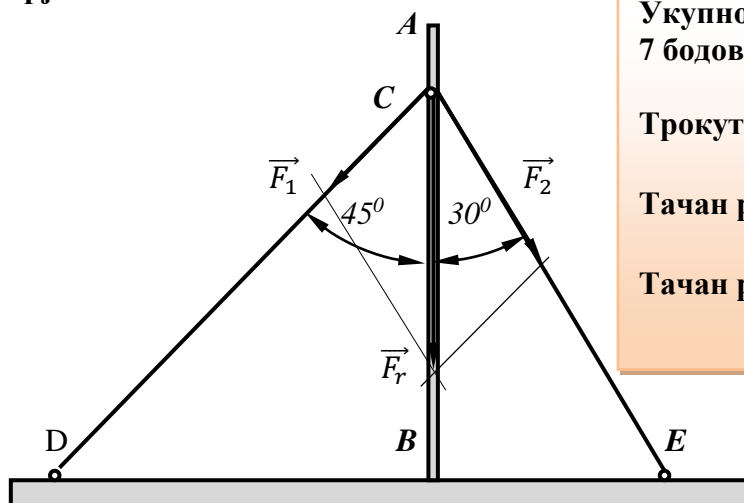
Сваки тачан резултат за  $X_C$  и  $Y_C$  је по 4 бода  
Укупно 8 бодова

### ЗАДАТАК БРОЈ 3

14 бодова

Вертикални стуб АВ затегнут је у тачки С ужадима CD и CE која са њима заклапају углове од  $45^\circ$  и  $30^\circ$ . Сила затезања ужета CD је  $F_1 = 20 \text{ [kN]}$ . Колика мора бити сила затезања у ужету CE да би њихова резултанта била вертикална? Колика је вриједност резултанте? Задатак ријешити графички и аналитички.

Графичко рјешење

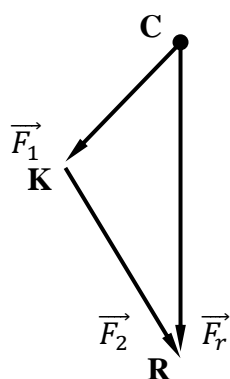


Укупно за графичко рјешење је –  
7 бодова

Трокут сила - 3 бода

Тачан резултат за  $\vec{F}_r$  - 2 бода

Тачан резултат за  $\vec{F}_2$  - 2 бода

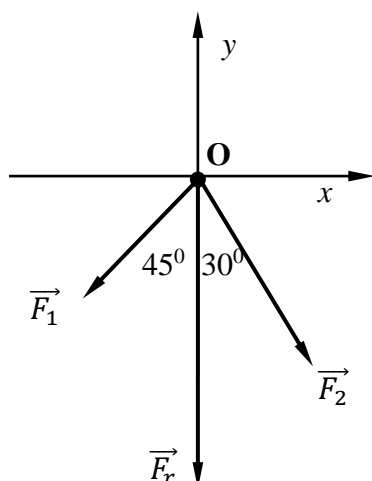


$$U_F = \frac{5 \text{ kN}}{1 \text{ cm}}$$

$$F_2 = \overline{KR} \cdot U_F = 5,8 \text{ cm} \cdot \frac{5 \text{ kN}}{\text{cm}} = 29 \text{ [kN]}$$

$$\vec{F}_r = \overline{CR} \cdot U_F = 7,8 \text{ cm} \cdot \frac{5 \text{ kN}}{\text{cm}} = 39 \text{ [kN]}$$

Аналитичко рјешење



$$\sum x = 0$$

$$-F_1 \cdot \sin 45 + F_2 \sin 30 = 0$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot \sin 45}{\sin 30} = \frac{20 \cdot 0,707}{0,5} = \mathbf{28,28[kN]}$$

$$\begin{aligned} F_r &= F_1 \cdot \cos 45 + F_2 \cdot \cos 30 \\ &= 20 \cdot 0,707 + 28,28 \cdot 0,866 \\ &= \mathbf{38,63[kN]} \end{aligned}$$

Укупно за аналитичко рјешење је – 7 бодова;

Приказ сила у координатном систему - 3 бода;

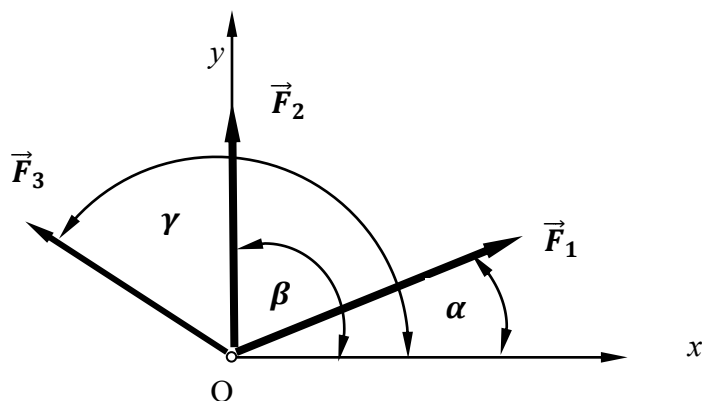
Тачан резултат за  $\vec{F}_r$  - 2 бода;

Тачан резултат за  $\vec{F}_2$  - 2 бода

ЗАДАТАК БРОЈ 4

**16 бодова**

У тачки О дејствује систем од три силе које леже у равни. Методом полигона сила и аналитички одреди правац, смјер и интензитет резултанте система.

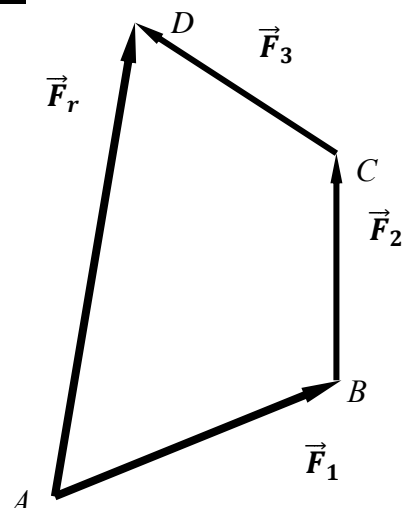


Подаци

$$\begin{aligned} F_1 &= 500[N]; & \alpha &= 30^\circ \\ F_2 &= 400[N]; & \beta &= 90^\circ \\ F_3 &= 300[N]; & \gamma &= 150^\circ \end{aligned}$$



Графичко рјешење



$$U_F = \frac{100N}{1cm}$$

$$F_r = \overline{AD} \cdot U_F = 8,2 \text{ cm} \cdot \frac{100N}{1cm} = 820[N]$$

Укупно за графичко рјешење је – 6 бодова;

Полигон сила - 4 бода;

Тачан резултат за  $\vec{F}_r$  - 2 бода;

Аналитичко рјешење

$$X_1 = F_1 \cdot \cos 30 = 500 \cdot 0,866 = 433[N]$$

$$Y_1 = F_1 \cdot \sin 30 = 500 \cdot 0,5 = 250[N]$$

$$X_2 = F_2 \cdot \cos 90 = 400 \cdot 0 = 0[N]$$

$$Y_2 = F_2 \cdot \sin 90 = 400 \cdot 1 = 400[N]$$

$$X_3 = F_3 \cdot \cos 150 = 300 \cdot (-0,866) = -259,8[N]$$

$$Y_3 = F_3 \cdot \sin 150 = 300 \cdot 0,5 = 150[N]$$

$$X_r = X_1 + X_2 + X_3 = 173,2[N]$$

$$Y_r = Y_1 + Y_2 + Y_3 = 800[N]$$

$$F_R = \sqrt{X_R^2 + Y_R^2} = 818,53[N]$$

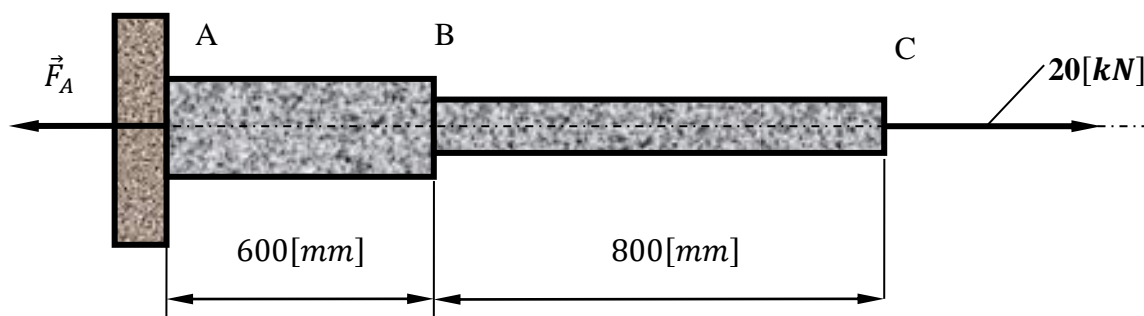
$$\operatorname{tg} \alpha_r = \frac{y_r}{x_r} = \frac{800}{173,2} = 8,619$$

Сваки тачан резултат је 1 бод  
Укупно 10 бодова

**ЗАДАТАК БРОЈ 5**

**15 бодова**

Склоп се састоји од алуминијумског стуба  $AB$ , пречника  $20\text{ [mm]}$  и челичне шипке  $BC$  пречника  $10\text{ [mm]}$  причвршћених за зид у тачки  $A$ . Одреди помјерање тачке  $C$  склопа када је оптерећен као на слици. Модули еластичности су: за алуминијум  $E_{Al} = 7 \cdot 10^9\text{ [N/m}^2\text{]}$ , а за челик је  $E_{\check{c}} = 2 \cdot 10^{11}\text{ [N/m}^2\text{]}$ .



Реакција везе  $A$  се одређује из услова равнотеже свих сила у правцу уздужне осе:

$$\sum Z_i = 0 \rightarrow -F_A + 20 = 0 \rightarrow F_A = 20\text{ [kN]}$$

Тачан резултат је 2 бода

Стуб  $AB$  је оптерећен силом:

$$F_{aAB} = F_A = 20\text{ [kN]}$$

Тачан резултат је 2 бода

Издужење сегмента  $AB$  је:

$$\Delta l_{AB} = \frac{F_{aAB} \cdot l}{A \cdot E_{Al}} = \frac{20000 \cdot 0,6}{7 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,02^2 \cdot \pi}{4}} = 0,00545\text{ [m]}$$

Тачан резултат је 3 бода

Аксијално напрезање сегмента  $BC$  је:

$$F_{aBC} = F_A = 20\text{ [kN]}$$

Тачан резултат је 2 бода

Аксијално издужење сегмента  $BC$  је:

$$\Delta l_{BC} = \frac{F_{aBC} \cdot l}{A \cdot E_{\check{c}}} = \frac{20000 \cdot 0,8}{2 \cdot 10^{11} \cdot \frac{0,01^2 \cdot \pi}{4}} = 0,00102\text{ [m]}$$

Тачан резултат је 3 бода

Укупно помјерање тачке  $C$  је:

$$\Delta l_C = \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} = 0,00545 + 0,00102 = 0,00647\text{ [m]} = 6,47\text{ [mm]}$$

Тачан резултат је 3 бода