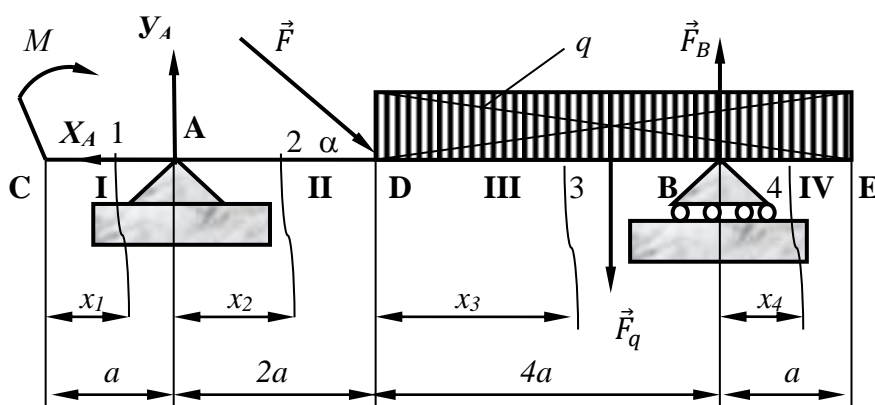


## ЗАДАТАК БРОЈ 1

За носач приказан на слици потребно је одредити:

1. отпоре у ослоњцима А и В,
2. вриједност трансверзалне силе у пољу I ако је  $x_1 = 0$  [m],  $x_1 = 0,5$  [m] и  $x_1 = 1$  [m]; у пољу II ако је  $x_2 = 0$  [m],  $x_2 = 1$  [m] и  $x_2 = 2$  [m]; у пољу III ако је  $x_3 = 0$  [m],  $x_3 = 2$  [m] и  $x_3 = 4$  [m] и у пољу IV ако је  $x_4 = 0$  [m],  $x_4 = 0,5$  [m] и  $x_4 = 1$  [m],
3. вриједност аксијалне силе у пољу I, II, III и IV која оптерећује носач,
4. вриједност момената савијања у пољу I ако је  $x_1 = 0$  [m],  $x_1 = 0,5$  [m] и  $x_1 = 1$  [m]; у пољу II ако је  $x_2 = 0$  [m],  $x_2 = 1$  [m] и  $x_2 = 2$  [m]; у пољу III ако је  $x_3 = 0$  [m],  $x_3 = 2$  [m] и  $x_3 = 4$  [m] и у пољу IV ако је  $x_4 = 0$  [m],  $x_4 = 0,5$  [m] и  $x_4 = 1$  [m],
5. удаљеност тачке од ослонца А у којој трансверзална сила мијења знак,
6. вриједност максималног момента савијања,
7. нацртати дијаграм трансверзалне и аксијалне силе и дијаграм момената савијања.



Подаци

$$F = 20 \text{ [kN]}$$

$$M = 20 \text{ [kNm]}$$

$$q = 10 \left[ \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right]$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$a = 1 \text{ [m]}$$

Поље I од C до A

Поље II од A до D

Поље III од D до B

Поље IV од B до E

### 1. Отпори ослонаца

$$F_q = q \cdot 5a = 10 \cdot 5 \cdot 1 = 50 \text{ [kN]}$$

$$X = F \cdot \cos 60 = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ [kN]}$$

$$Y = F \cdot \sin 60 = 20 \cdot 0,866 = 17,32 \text{ [kN]}$$

$$\sum x = 0 \rightarrow -X_A + X = 0 \rightarrow X_A = X = 10 \text{ [kN]}$$

$$\sum y = 0 \rightarrow Y_A - F_q - Y + F_B = 0$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -M - Y \cdot 2a - F_q \cdot 4,5a + F_B \cdot 6a = 0$$

$$F_B = \frac{M + Y \cdot 2a + F_q \cdot 4,5a}{6a} = \frac{20 + 17,32 \cdot 2 + 50 \cdot 4,5}{6} = 46,61 \text{ [kN]}$$

$$Y_A = F_q + Y - F_B = 50 + 17,32 - 46,61 = 20,71 \text{ [kN]}$$

$$F_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 23 \text{ [kN]}$$

Сваки тачан резултат 1 бод

Укупно 7 бодова

## 2. Трансверзалне силе

### Поље I

Тачка C ( $x_1 = 0$  [m])

$$F_{tc} = 0[kN]$$

Тачка 1 ( $x_1 = 0,5$  [m])

$$F_{t1} = 0[kN]$$

Тачка A ( $x_1 = 1$  [m])

$$F_{tA} = 0[kN]$$

### Поље II

Тачка A ( $x_2 = 0$  [m])

$$F_{tA} = Y_A = 20,71[kN]$$

Тачка 2 ( $x_2 = 1$  [m])

$$F_{t2} = Y_A = 20,71[kN]$$

Тачка D ( $x_2 = 2$  [m])

$$F_{tD} = Y_A = 20,71[kN]$$

### Поље III

Тачка D ( $x_3 = 0$  [m])

$$F_{tD} = Y_A - Y - q \cdot x_3 = 20,71 - 17,32 = 3,39[kN]$$

Тачка 3 ( $x_3 = 2$  [m])

$$F_{t3} = Y_A - Y - q \cdot x_3 = 20,71 - 17,32 - 10 \cdot 2 = -16,61[kN]$$

Тачка B ( $x_3 = 4$  [m])

$$F_{tB} = Y_A - Y - q \cdot x_3 = 20,71 - 17,32 - 10 \cdot 4 = -36,61[kN]$$

### Поље IV

Тачка B ( $x_4 = 0$  [m])

$$F_{tB} = Y_A - Y - q \cdot 4a + F_B - q \cdot x_4 = 20,71 - 17,32 - 10 \cdot 4 + 46,61 = 10[kN]$$

Тачка 4 ( $x_4 = 0,5$  [m])

$$F_{t4} = Y_A - Y - q \cdot 4a + F_B - q \cdot x_4 = 20,71 - 17,32 - 10 \cdot 4 + 46,61 - 10 \cdot 0,5 = 5[kN]$$

Сваки тачан резултат **1 бод**

**Укупно 12 бодова**

**Тачка Е ( $x_3 = 1 [m]$ )**

$$F_{tE} = Y_A - Y - q \cdot 4a + F_B - q \cdot x_4 = 20,71 - 17,32 - 10 \cdot 4 + 46,61 - 10 \cdot 1 = 0[kN]$$

### 3. Аксијална сила

**Поље I**

$$F_{aI} = 0[kN]$$

**Поље II**

$$F_{aII} = X_A = 10[kN]$$

**Поље III**

$$F_{aIII} = X_A - X = 0$$

**Поље IV**

$$F_{aIV} = X_A - X = 0$$

### 4. Моменти савијања

**Поље I**

**Тачка С ( $x_1 = 0 [m]$ )**

$$M_{SC} = M = 20[kNm]$$

**Тачка 1 ( $x_1 = 0,5 [m]$ )**

$$M_{S1} = M = 20[kNm]$$

**Тачка А ( $x_1 = 1 [m]$ )**

$$M_{SA} = M = 20[kNm]$$

**Поље II**

**Тачка А ( $x_2 = 0 [m]$ )**

$$M_{SA} = M + Y_A \cdot x_2 = 20[kNm]$$

**Тачка 2 ( $x_2 = 1 [m]$ )**

$$M_{S2} = M + Y_A \cdot x_2 = 20 + 20,71 \cdot 1 = 40,71[kNm]$$

**Тачка D ( $x_2 = 2 [m]$ )**

$$M_{SD} = M + Y_A \cdot x_2 = 20 + 20,71 \cdot 2 = 61,42[kNm]$$

**Поље III**

**Тачка D ( $x_3 = 0 [m]$ )**

$$M_{SD} = M + Y_A \cdot (2a + x_3) - Y \cdot x_3 - q \cdot x_3 = 20 + 20,71 \cdot 2 = 61,42[kNm]$$

**Тачка 3 ( $x_3 = 2 [m]$ )**

$$M_{S3} = M + Y_A \cdot (2a + x_3) - Y \cdot x_3 - q \cdot \frac{x_3^2}{2} = 20 + 20,71 \cdot 4 - 17,32 \cdot 2 - 10 \frac{2^2}{2} = 48,20[kNm]$$

Сваки тачан резултат **1 бод**

**Укупно 4 бода**

**Тачка В ( $x_3 = 4 [m]$ )**

$$M_{SB} = M + Y_A \cdot (2a + x_3) - Y \cdot x_3 - q \cdot \frac{x_3^2}{2} = 20 + 20,71 \cdot 6 - 17,32 \cdot 4 - 10 \frac{4^2}{2} = -5[kNm]$$

**Поље IV**

**Тачка В( $x_4 = 0 [m]$ )**

$$\begin{aligned} M_{SB} &= M + Y_A \cdot (2a + 4a + x_4) - Y \cdot (4a + x_4) - q \cdot \frac{(4a + x_4)^2}{2} + F_B \cdot x_4 \\ &= 20 + 20,71 \cdot 6 - 17,32 \cdot 4 - 10 \frac{4^2}{2} + 46,61 \cdot 0 = -5[kNm] \end{aligned}$$

**Тачка 4 ( $x_4 = 0,5 [m]$ )**

$$\begin{aligned} M_{s4} &= M + Y_A \cdot (2a + 4a + x_4) - Y \cdot (4a + x_4) - q \cdot \frac{(4a + x_4)^2}{2} + F_B \cdot x_4 \\ &= 20 + 20,71 \cdot 6,5 - 17,32 \cdot 4,5 - 10 \frac{4,5^2}{2} + 46,61 \cdot 0,5 = -1,25[kNm] \end{aligned}$$

**Тачка Е ( $x_4 = 1 [m]$ )**

$$\begin{aligned} M_{SE} &= M + Y_A \cdot (2a + 4a + x_4) - Y \cdot (4a + x_4) - q \cdot \frac{(4a + x_4)^2}{2} + F_B \cdot x_4 \\ &= 20 + 20,71 \cdot 7 - 17,32 \cdot 5 - 10 \frac{5^2}{2} + 46,61 \cdot 1 = 0[kNm] \end{aligned}$$

Сваки тачан резултат **1 бод**

**Укупно 12 бодова**

**5. Удаљеност тачке М од ослоња А у којој трансверзална сила мијења знак**

$$Y_A - Y - q \cdot x_M = 0 \rightarrow x_M = \frac{Y_A - Y}{q} = \frac{20,71 - 17,32}{10} = 0,339[m]$$

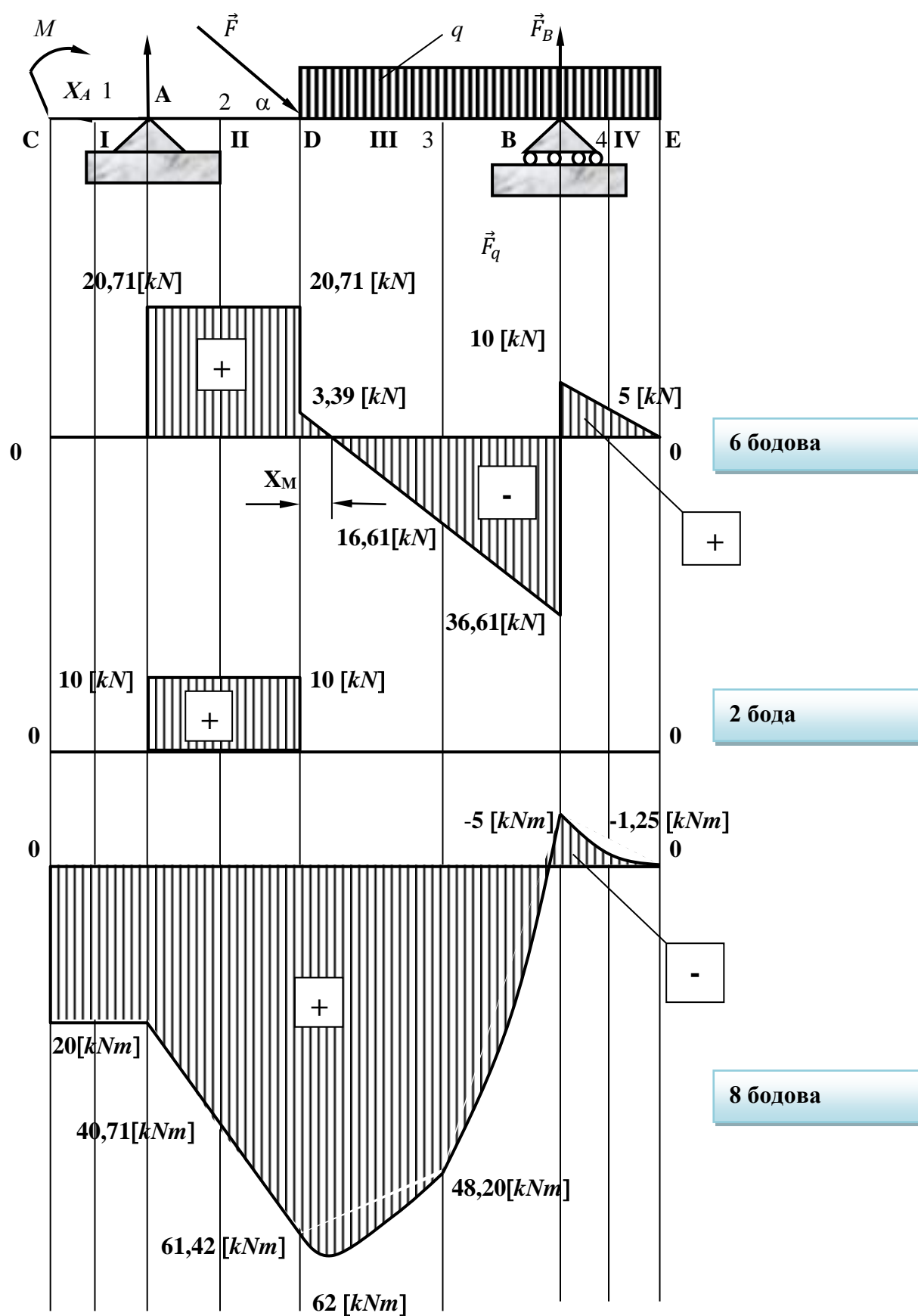
**2 бода**

**6. Максимални момент савијања**

$$\begin{aligned} M_{SM} &= M + Y_A \cdot (2a + x_M) - Y \cdot x_M - q \frac{x_M^2}{2} = 20 + 20,71 \cdot 2,339 - 17,32 \cdot 0,339 - 10 \frac{0,339^2}{2} \\ &= 62[kNm] \end{aligned}$$

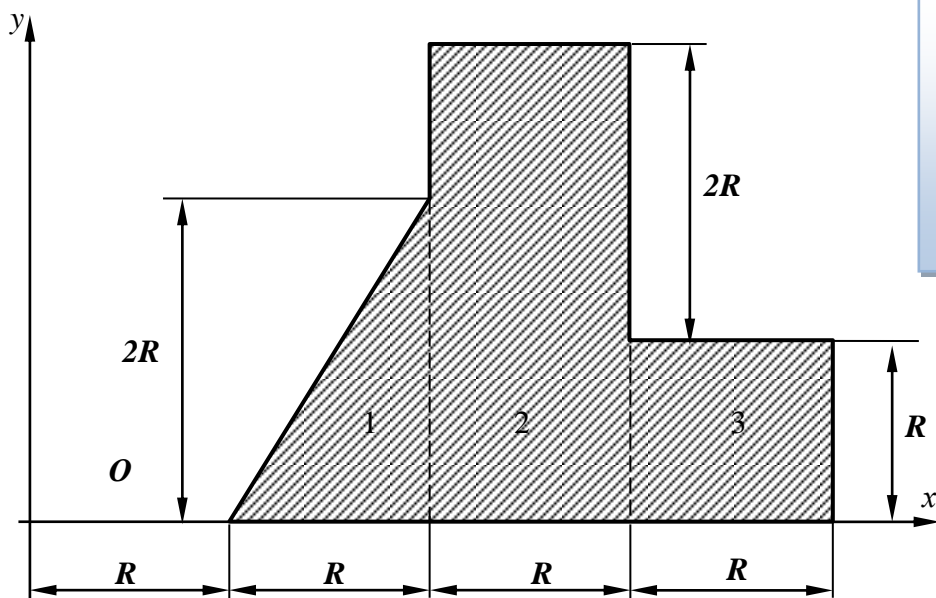
**2 бода**

7. Дијаграми



### ЗАДАТАК БРОЈ 2

За хомогену раванску површину, приказану на слици, треба одредити удаљеност тежишта од „x“ и „y“ осе.



Подаци:

$$R = 10 \text{ [cm]}$$

\*површине су означене бројевима од 1 до 3

$$A_1 = \frac{R \cdot 2R}{2} = 100 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$x_1 = R + \frac{2R}{3} = 16,67 \text{ [cm]}$$

$$y_1 = \frac{2R}{3} = 6,67 \text{ [cm]}$$

$$A_2 = R \cdot 3R = 10 \cdot 3 \cdot 10 = 300 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$x_2 = 2R + \frac{R}{2} = 2 \cdot 10 + \frac{10}{2} = 25 \text{ [cm]}$$

$$y_2 = \frac{3}{2}R = \frac{3}{2} \cdot 10 = 15 \text{ [cm]}$$

$$A_3 = R \cdot R = 10 \cdot 10 = 100 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$x_3 = 3R + \frac{R}{2} = 3 \cdot 10 + \frac{10}{2} = 35 \text{ [cm]}$$

$$y_3 = \frac{R}{2} = 5 \text{ [cm]}$$

Сваки тачан резултат 1 бод

Укупно 9 бодова

$$X_C = \frac{(A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3)}{(A_1 + A_2 + A_3)} = \frac{100 \cdot 16,67 + 300 \cdot 25 + 100 \cdot 35}{100 + 300 + 100} = 25,33 \text{ [cm]}$$

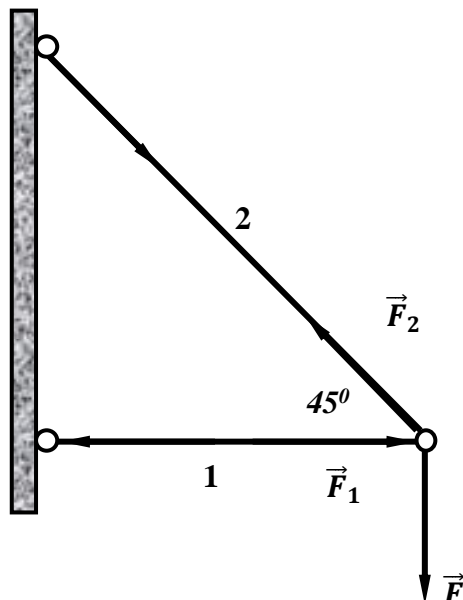
$$Y_C = \frac{(A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3)}{(A_1 + A_2 + A_3)} = \frac{100 \cdot 6,67 + 300 \cdot 15 + 100 \cdot 5}{100 + 300 + 100} = 11,33 \text{ [cm]}$$

Тачни  $X_C$  и  $Y_C$  по 3 бода

Укупно 6 бодова

## ЗАДАТАК БРОЈ 3

Графичком и аналитичком методом одреди силе у штаповима ако су оптерећени према слици. Одреди пречнике штапова.

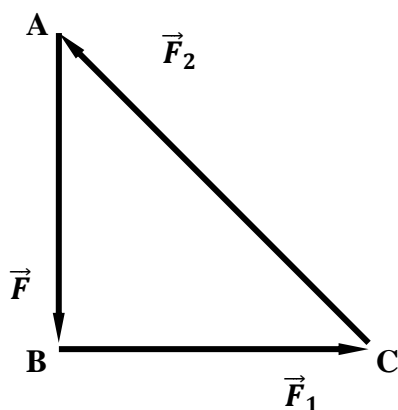


Подаци:

$$F = 50 \text{ [kN]}$$

$$\sigma_d = 8 \cdot 10^7 \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

## Графичко рјешење



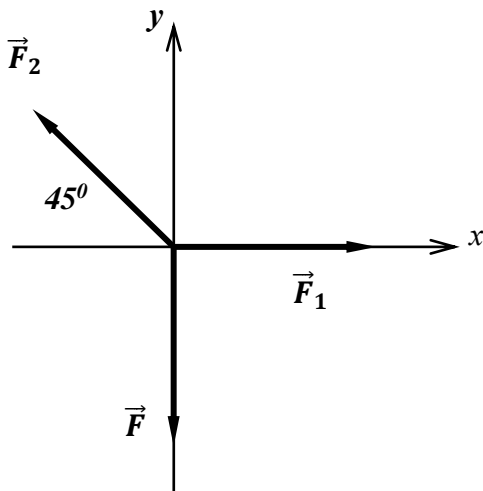
$$U_F = \frac{10 \text{ kN}}{1 \text{ cm}}$$

$$F_1 = \overline{BC} \cdot U_F = 5 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ kN}}{1 \text{ cm}} = 50 \text{ [kN]}$$

$$F_2 = \overline{CA} \cdot U_F = 7,1 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ kN}}{1 \text{ cm}} = 71 \text{ [kN]}$$

Трокут сила 4 бода; Сваки тачан резултат по 2 бода – 4 бода  
Укупно 8 бодова

Аналитичко рјешење



$$\sum x = 0 \rightarrow -F_2 \cdot \cos 45^\circ + F_1 = 0$$

$$\sum y = 0 \rightarrow -F + F_2 \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$F_2 = \frac{F}{\sin 45^\circ} = \frac{50}{0,707} = 70,72 [kN]$$

$$F_1 = F_2 \cdot \cos 45^\circ = 70,72 \cdot 0,707 = 50 [kN]$$

Слика 3 бода; Свака једначина по 2 бода; Сваки тачан резултат по 2 бода;  
Укупно 11 бодова

Одређивање пречника штапова

Штап 1 је оптерећен на притисак.

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_1}{\frac{d_1^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{4F_1}{d_1^2 \cdot \pi} \leq \sigma_d$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{4F_1}{\sigma_d \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 50000}{8 \cdot 10^7 \cdot \pi}} = 0,02821 [m] = 28,21 [mm]$$

Штап 2 је оптерећен на затезање.

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_2}{\frac{d_2^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{4F_2}{d_2^2 \cdot \pi} \leq \sigma_d$$

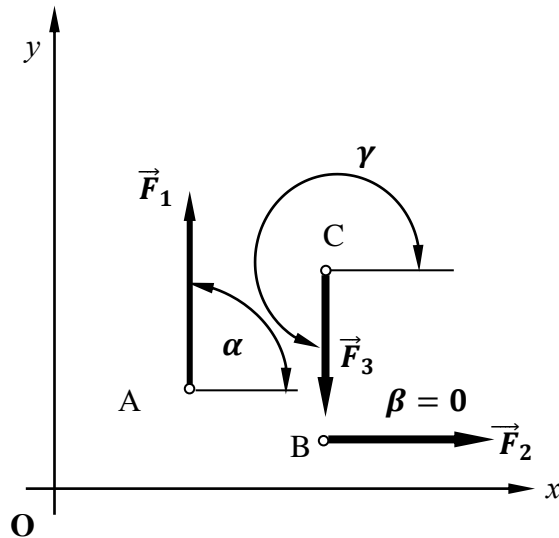
$$d_2 = \sqrt{\frac{4F_2}{\sigma_d \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 70720}{8 \cdot 10^7 \cdot \pi}} = 0,03355 [m] = 33,55 [mm]$$

Сваки тачан резултат 3 бода  
Укупно 6 бодова



## ЗАДАТАК БРОЈ 4

Дат је систем од три силе које дејствују у равни. Треба извршити редукцију датог система сила на тачку О и одредити главни вектор и главни моменат. Познати су интензитети сила, углови које силе заклапају са позитивним смјером х осе и координате тачака у којима силе дјелују у метрима.



Подаци

$$\begin{aligned} F_1 &= 60[N]; & \alpha &= 90^\circ \\ F_2 &= 40[N]; & \beta &= 0^\circ \\ F_3 &= 50[N]; & \gamma &= 270^\circ \end{aligned}$$

Координате тачака

$$\begin{aligned} A &(2,2) \\ B &(4,1) \\ C &(4,4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_1 &= F_1 \cdot \cos 90 = 60 \cdot 0 = \mathbf{0[N]} \\ Y_1 &= F_1 \cdot \sin 90 = 60 \cdot 1 = \mathbf{60[N]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_2 &= F_2 \cdot \cos 0 = 40 \cdot 1 = \mathbf{40[N]} \\ Y_2 &= F_2 \cdot \sin 0 = 40 \cdot 0 = \mathbf{0[N]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_3 &= F_3 \cdot \cos 270 = 50 \cdot 0 = \mathbf{0[N]} \\ Y_3 &= F_3 \cdot \sin 270 = 50 \cdot (-1) = \mathbf{-50[N]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_R &= X_1 + X_2 + X_3 = \mathbf{40 [N]} \\ Y_R &= Y_1 + Y_2 + Y_3 = \mathbf{10 [N]} \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_R = \frac{Y_R}{X_R} = \mathbf{0,25}$$

$$\alpha_R = \mathbf{14,04^\circ}$$

$$F_R = \sqrt{X_R^2 + Y_R^2} = \mathbf{41,23 [N]}$$

$$M_{OO} = Y_1 \cdot 2 - X_2 \cdot 1 - Y_3 \cdot 4 = 60 \cdot 2 - 40 \cdot 1 - 50 \cdot 4 = \mathbf{-120 [Nm]}$$

Сваки тачан резултат 1 бод  
Укупно 10 бодова

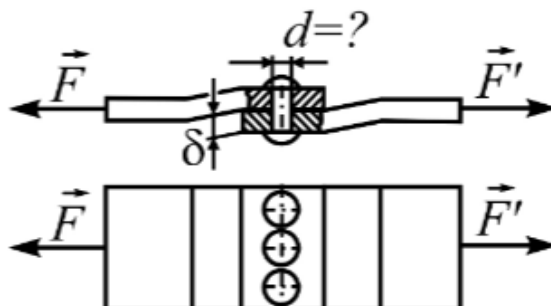
Тачан резултат за  $F_R$  2 бода

Тачан резултат за  $M_{OO}$  3 бода

## ЗАДАТАК БРОЈ 5

Два лима, оптерећена силом  $F = 30kN$ , као на слици повезана су са три једнаке заковице. Димензионисати заковице на смицање, ако је дат дозвољени напон смицања за материјал заковица. Лимови су истих дебљина  $\delta = 5mm$ .

$$\sigma_{sd} = 10 \frac{kN}{cm^2}$$



### Димензионисање заковице на смицање

$$\tau = \frac{F}{A_s} \leq \tau_{sd}$$

$$A_s \geq \frac{F}{\tau_{sd}}$$

$$A_s \geq \frac{30}{10} = 3cm$$

Овај дио бодовати са  
**4 бода**

Смичу се 3 заковице – 3 су површине смицања

$$A_s \geq 3 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$3 \geq 3 \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d^2 \geq \frac{4}{\pi}$$

$$d \geq \sqrt{\frac{4}{\pi}}$$

$$d \geq 1,128cm$$

Овај дио бодовати са  
**6 бодова**

**Укупно 10 бодова**

Задатак	1	2	3	4	5
Број бодова	55	15	25	15	10
УКУПНО					120 бодова