

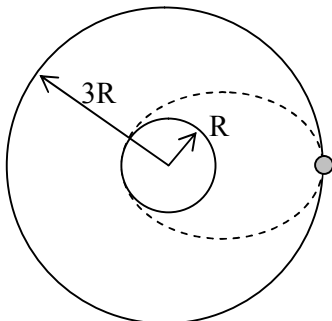
ЗАДАЦИ ЗА РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ (2009.)
II РАЗРЕД

1. Молекуларни водоник (H_2) масе $m_1 = 1g$ и атомски хелијум (He) масе $m_2 = 3g$ налазе се затворени у сферној посуди полупречника $r = 10cm$. Ако је температура смјеше водоника и хелијума у посуди $T = 273K$. Колики је интензитет укупне силе којом молекули и атоми дјелују на зид посуде? Моларна маса водоника је $M_1 = 2g/mol$ а хелијума $M_2 = 4g/mol$.

2. Израчунати однос промјене унутрашње енергије и доведене количине топлоте при изобарском ширењу моноатомског идеалног гаса. За моноатомски гас $\frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$.

3. Математичко клатно дужине $L = 1m$ и масе $m = 100g$ објешено је једним својим крајем за плафон вагона у возу који мирује. Када се воз креће са константним убрзањем $a = g$, одредите нови равнотежни положај клатна и силу затезања у канапу. Ако се клатно изведе из новог равнотежног положаја у равни коју образују правци клатна у старом и новом равнотежном положају, одредите период малих осцилација клатна. $g = 9,81m/s^2$.

4. Сателит се креће око Земље по кружној орбити полупречника $r = 3R$, гдје је R полупречник Земље. За кратко вријеме укључи се кочиони систем и брзина сателита се смањи тако да он пређе на елиптичку путању која тангира површину Земље (слика). После колико времена ће се сателит приземљити? Убрзање слободног пада на површину Земље је g .



5. Хоризонтални цилиндар пумпе има пречник $20cm$. У њему се креће клип брзином $1m/s$, који избацује воду кроз отвор пречника $2cm$. Коликом брзином истиче вода кроз отвор? За колико је притисак у цилиндру већи од атмосферског? Густина воде $\rho = 1000kg/m^3$.

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА II РАЗРЕД

1.

$$m_1 = 1\text{g}, m_2 = 3\text{g}, r = 10\text{cm}, T = 273\text{K}, M_2 = 4\text{g/mol}, M_1 = 2\text{g/mol}, F = ?$$

Укупни притисак у суду једнак је према Далтоновом закону збиру парцијалних притисака поједних гасова у суду.

$$p_u = p_1 + p_2 \quad p_1 - \text{притисак који врши водоник}, \quad p_2 - \text{притисак који врши хелијум}$$

$$p_v = nRT = \frac{m}{M}RT$$

$$p = \frac{mRT}{MV}$$

$$p_1 = \frac{m_1RT}{M_1V}$$

$$p_2 = \frac{m_2RT}{M_2V}$$

$$p = \frac{m_1RT}{M_1V} + \frac{m_2RT}{M_2V} = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \quad \text{Тражена сила } F = p_u s \quad s = 4r^2\pi \quad V = \frac{4}{3}r^3\pi$$

$$F = \frac{4r^2\pi RT}{\frac{4}{3}r^3\pi} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right)$$

$$F = \frac{3RT}{r} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right)$$

$$F = \frac{3 \cdot 8,314\text{J/molK} \cdot 273\text{K}}{0,1\text{m}} \left(\frac{1\text{g}}{2\text{g/mol}} + \frac{3\text{g}}{4\text{g/mol}} \right) \quad F \approx 85000\text{N}$$

2.

$$c_p/c_v = 5/3$$

При изобарском ширењу ($p = \text{const}$) n – молова идеалног гаса од стања 1 (p_1, V_1, T_1) до стања 2 ($p_2 = p_1, V_2, T_2$) доведена количина топлоте је $Q_{12} = nc_p(T_2 - T_1)$

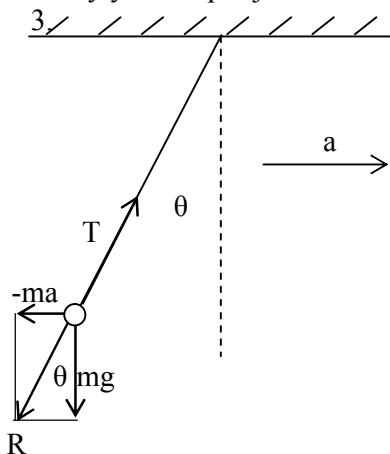
Промјена тј. повећање унутрашње енергије идеалног гаса износи

$$\Delta U = U_2 - U_1 = nc_v(T_2 - T_1),$$

$$\text{тражени однос } \frac{\Delta U}{q_{12}} = \frac{nc_v(T_2 - T_1)}{nc_p(T_2 - T_1)} = \frac{c_v}{c_p} = \frac{1}{c_p/c_v} = \frac{1}{\kappa} = \frac{3}{5} = 0,6$$

3.

Нови равнотежни положај математичког клатна одређен је из услова за статичку равнотежу у неинерцијалном систему везаном за вагон



$$\vec{T} - m\vec{a} + m\vec{g} = 0 \quad \text{из троугла са слике се види}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{ma}{mg} = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$T = R = \sqrt{(mg)^2 + (ma)^2} = mg\sqrt{2}$$

$$T = 1,39\text{N}$$

Период малих осцилација математичког клатна у систему везаном за вагон, око новог равнотежног положаја одређује се по аналогији са периодом клатна у гравитационом пољу земље

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{с тим да умјесто убрзања } g \text{ у изразу за } T_0 \text{ треба ставити резултантно}$$

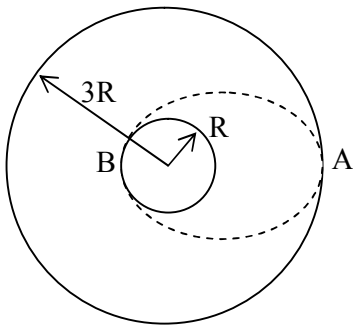
$$\text{убрзање } a_R = \frac{R}{m} = g\sqrt{2} \quad \text{тако да се за тражени период добија } T_{01} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{a_R}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g\sqrt{2}}} \quad T = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{1m}{9,81m/s^2 \sqrt{2}}} = 1,69s$$

4.

Брзина сателита промијенила се у тачки А, а сателит се приземљио у тачки В (слика). Вријеме које је за то потребно једнако је половини периода кретања по елиптичкој

путањи: $t = \frac{1}{2}T_1$. Са слике се види да је дужа оса елипсе $2a = 4R$ тј. $a = 2R$.



Период ротације по кружној орбити може се наћи из услова да је центрипетална сила за кретање сателита гравитациона сила

$$m \cdot 3R \frac{4\pi^2}{T^2} = \gamma \frac{Mm}{(3R)^2} \quad \text{слиједи } T^2 = \frac{4\pi^2(3R)^3}{\gamma M}$$

Даље је према Кеплеровом закону

$$\frac{T^2}{(3R)^3} = \frac{T_1^2}{a^3} \quad \text{тј.} \quad \frac{4\pi^2}{\gamma M} = \frac{T_1^2}{8R^3} \quad \text{одатле је}$$

$$T_1 = \sqrt{\frac{32\pi^2 R^3}{gR^2}} = 4\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} \quad \text{односно} \quad t = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$$

5.

$$v_1 = 1m/s, \quad d_2 = 2cm, \quad d_1 = 20cm, \quad \rho = 1000kg/m^3, \quad v_2 = ? \quad p - p_a = ?$$

$$\text{Брзина истицања се добија из } s_1 v_1 = s_2 v_2 \quad v_2 = \frac{s_1 v_1}{s_2} \quad s_1 = \frac{d_1^2 \pi}{4} \quad s_2 = \frac{d_2^2 \pi}{4}$$

$$v_2 = \frac{d_1^2 v_1}{d_2^2} \quad v_2 = 100m/s$$

Разлика притисака у цилиндру и на излазу из отвора добија се из Бернулијеве једначине:

$$p + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_a + \frac{\rho v_2^2}{2}, \quad \text{слиједи } p - p_a = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) \quad p - p_a = 5MP_a$$