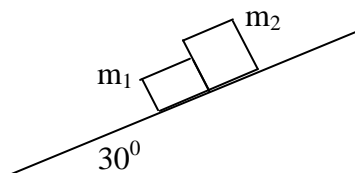


**22. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (7. март 2015)**

I РАЗРЕД

1. Први вагон воза пролази поред посматрача који стоји крај пруге за $t_1 = 1\text{ s}$, а други за $t_2 = 1,5\text{ s}$. Дужина сваког вагона је $l = 12\text{ m}$. Одредити убрзање воза?
2. Тачка се креће по кружници полупречника $R = 20\text{ cm}$ с константним тангенцијалним убрзањем $a_t = 5\text{ cm/s}^2$. Послије колико времена t од почетка кретања ће нормално убрзање a_n тачке бити:
 - а) једнако тангенцијалном;
 - б) двапут веће од тангенцијалног.
3. Два тијела прислоњена су једно уз друго и налазе се на стрмој равни чији је угао у односу на подлогу 30° . Маса првог тијела је $m_1 = 5\text{ kg}$, док је маса другог тијела $m_2 = 10\text{ kg}$. Коефицијент трења између првог тијела и стрме равни је $\mu_1 = 0,45$, док је између другог тијела и стрме равни $\mu_2 = 0,3$. Израчунати силе којима узајамно дјелују ова два тијела, $g = 9,81\text{ m/s}^2$.



4. Одреди убрзање којим се низ стрму раван, нагибног угла $\varphi = 45^\circ$, спушта центар маса пуног ваљка ако се он котрља без клизања, $g = 9,81\text{ m/s}^2$.
5. Наћи израз за зависност убрзања слободног пада од дубине h . На којој дубини ће убрзање слободног пада g_h износити $0,25$ од убрзања слободног пада g на површини Земље. Густину Земље сматрати константном.
Напомена: Узети у обзир да на тијело на дубини h испод површине Земље не дјелују привично слојеви Земље који су изнад њега јер се привлачење тијела од тих слојева међусобно поништава.

Задатке припремио: Милко Бабић
Рецензент: проф. др Милан Пантић, ПМФ, Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА I РАЗРЕД

1.

$$t_1 = 1\text{ s}, l = 12\text{ m}, t_2 = 1,5\text{ s}, a = ?$$

С обзиром да други вагон пролази поред посматрача дуже него први, воз у ствари успорава. Можемо формално писати:

$$l = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \text{ Конкретно: } l = v_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2}, \quad (1) \quad 2l = v_0(t_1 + t_2) + \frac{a(t_1 + t_2)^2}{2} \quad (2).$$

Овај систем се може ријешити на више начина, нпр. замјеном, из једначине (1)

$$v_0 = \frac{1 - \frac{a}{2}t_1^2}{t_1} \text{ у једначину (2). Коначан резултат, последице сређивања, је:}$$

$$a = \frac{2l(t_1 - t_2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)}, \quad a = -3,2\text{ m/s}^2.$$

2.

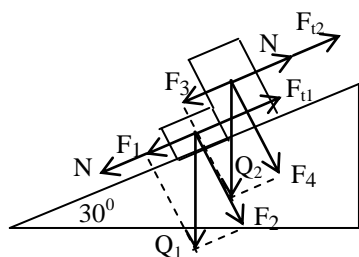
Пошто је кретање тачке равномерно убрзано, важи: $a_t = \frac{v}{t}$, $a_n = \frac{v^2}{R}$. Одатле $t = \frac{v}{a_t}$ (1),

$$v = \sqrt{a_n R} \quad (2). \text{ Уврштавањем (2) у (1) добијамо } t = \frac{\sqrt{a_n R}}{a_t} \quad (3)$$

а) Ако је $a_n = a_t$, замјеном у (3) добија се $t = \sqrt{\frac{R}{a_t}}$, $t = 2\text{ s}$.

б) Ако је $a_n = 2a_t$, онда је $t = \sqrt{\frac{2R}{a_t}}$, $t = 2\sqrt{2} \approx 2,83\text{ s}$.

3.



Тежина првог тијела је $Q_1 = m_1 g$, а друго $Q_2 = m_2 g$. Користећи чињеницу да дата стрма раван представља половину једнакостраничног троугла могуће је из сличности одговарајућих троуглова одредити компоненте силе теже која дјелује на тијела на стрмој равни. Према горњој слици: F_1 је компонента силе Q_1 у правцу који је паралелан са косином стрме равни, а F_2 у правцу нормаланом на стрму раван; F_3 компонента силе Q_2 у правцу који је паралелан са косином стрме равни, а F_4 у правцу нормаланом на стрму раван. Коначно, N је сила којом тијела међусобно дјелују на стрмој равни. Даље можемо писати следеће релације за компоненте сила:

$$F_1 = \frac{Q_1}{2}, \quad F_3 = \frac{Q_2}{2}, \quad F_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} Q_1, \quad F_4 = \frac{\sqrt{3}}{2} Q_2.$$

Силе трећа на прво и друго тијело су: $F_{t1} = \mu_1 F_2$ и $F_{t2} = \mu_2 F_4$. Једначине кретања првог и другог тијела су:

$$F_1 + N - \mu_1 F_2 = m_1 a, \quad (1) \quad F_3 - N - \mu_2 F_4 = m_2 a. \quad (2)$$

Сабирањем једначина (1) и (2) добијамо: $F_1 - \mu_1 F_2 + F_3 - \mu_2 F_4 = a(m_1 + m_2)$, одакле је

$$a = \frac{F_1 + F_3 - \mu_1 F_2 - \mu_2 F_4}{m_1 + m_2}. \quad \text{Замјеном бројних вредности добијамо: } a = 1,93 \frac{m}{s^2}.$$

Из једначине (1) слиједи:

$N = m_1 a + \mu_1 F_2 - F_1$, што замјеном датих бројних вредности даје: $N = 4,24 N$. (Резултат третирају да је тачан ако је N у интервалу 4,2 до 4,3 N.)

4.

Пошто је нагибни угао стрме равни 45° , дата стрма раван представља половину квадрата, те се на основу тога и одговарајуће сличности троуглова може одредити компонента силе теже која делује на ваљак у правцу који је паралелан са стрмом равни F_1 , једнака је:

$$F_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} Mg.$$

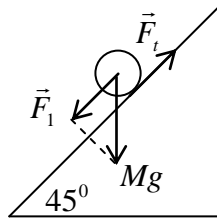
У правцу кретања на ваљак дјелује компонента силе теже F_1 и сила трења F_t .

Једначина транслаторног кретања ваљка је: $Ma = F_1 - F_t$. (1)

Ваљак врши и ротацију око своје осе под дејством момента силе трења: $I\alpha = F_t R$ (2).

Замјењујући $I = \frac{1}{2} MR^2$; $\alpha = \frac{a}{R}$ (пошто нема клизања) у једначину (2) и рјешавајући

систем једначина (1) и (2) добија се: $a = \frac{2}{3} g \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{g\sqrt{2}}{3} = 4,62 \frac{m}{s^2}$.



5.

Означимо са m - масу тијела које се налази на дубини h од површине Земље и на растојању r од центра Земље. На тијело дјелује привлачно само дио Земље полупречника

r , тј. $F_h = mg_h = \gamma \frac{mM_r}{r^2}$ (1) гдје је M_r - маса Земље полупречника r .

Ако је ρ - густина Земље, тада је $M_r = \frac{4\pi r^3 \rho}{3}$. Заменом M_r у једначину (1) добијамо

$$F_h = mg_h = \frac{4\gamma m\pi r\rho}{3} \quad (3) \quad \text{За тијело на површини Земље } F = mg = \gamma \frac{mM}{R^2}, \quad M = \frac{4\pi R^3 \rho}{3},$$

односно $F = mg = \frac{4\gamma m\pi R\rho}{3}$ (4). Из (3) и (4) добија се $\frac{g_h}{g} = \frac{r}{R} = \frac{R-h}{R}$. (5)

Ако означимо $\frac{g_h}{g} = n$ и уврстимо у (5), добија се: $h = R(1-n)$. Из услова задатка, $n = 0,25$,

коначно добијамо $h = 0,75R$.