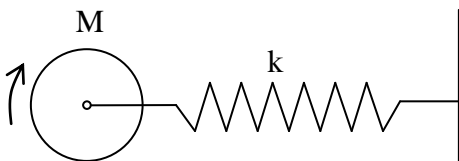


22. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (18. април 2015)

III РАЗРЕД

1. Ваљак масе M причвршћен је за еластичну опругу коефицијента еластичности k , као што је приказано на слици У почетном тренутку ваљак се налази у стању мировања, док је растојање центра масе ваљка од равнотежног положаја x_0 . Одредити кружну фреквенцију осциловања центра масе ваљка ако се ваљак котрља по хоризонталној подлози без клизања. Колика ће бити кинетичка енергија ротационог кретања ваљка око његовог центра, приликом проласка центра масе кроз равнотежни положај?



2. Стуб је закуцан вертикално у дно ријеке, тако да је његова висина изнад воде $h_1 = 1\text{ m}$. Наћи дужину сјенке стуба на површини ријеке и на дну ријеке ако је висина Сунца над хоризонтом $\alpha = 30^\circ$ а дубина ријеке $h_2 = 2\text{ m}$. (Индекс преламања воде је $n = 1,333$.)

3. Нормално на дифракциону решетку која има 200 зареза по 1 mm пада монохроматска свјетлост. Разлика углова под којим се виде максимуми првог и другог реда је 5° . Колика је таласна дужина свјетлости?

4. У херметички затвореном суду са водом плива комад леда масе $M = 200\text{ g}$, у коме се налази парче олова масе $m = 20\text{ g}$. Колику количину топлоте треба да уложимо да би комадић олова почео да тоне? Густина олова и леда је $\rho_0 = 11300\text{ kg/m}^3$, $0,9 \cdot 10^3\text{ kg/m}^3$, а специфична топлота топљења леда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5\text{ J/kg}$. Температура воде у суду износи 0° C .

5. Цијев дужине 180 m, отворена на једном крају а затворена на другом, лежи на дну језера дубине 200 m. Лаки покретни клип се налази унутар цијеву. Простор између клипа и затвореног краја цијеву је испуњен ваздухом. Клип је у равнотежи на растојању 20 m од затвореног краја цијеву. Отворени крај цијеву подижемо врло споро све док се цијев не постави у вертикални положај (а затворени крај цијеву је на дну језера). Колика је висина ваздушног стуба унутар вертикалне цијеву? Да ли је клип у стању стабилне равнотеже (образложити)? Занемарити атмосферски притисак.



Задатке припремио: Милко Бабић
Рецензент: проф. др Милан Пантић, ПМФ, Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА III РАЗРЕД

1.

На ваљак у хоризонталном правцу дјелују сила трења котрљања \vec{F}_{tr} и сила еластичности опруге \vec{F}_{el} .

Једначина кретања за translацију центра ваљка је: $Ma = -kx + F_{tr}$, (1)

гдје је a убрзање центра ваљка.

Једначина кретања за ротацију ваљка је: $I\alpha = F_{tr}R$, (*)

гдје је α угаоно убрзање, а $I = \frac{1}{2}MR^2$ (2) момент инерције ваљка око осе која пролази кроз његов центар.

Како се ваљак котрља по подлози без клизања то је: $a + \alpha R = 0$. (3)

Из једначина (*), (2) и (3) слиједи да је интензитет силе трења котрљања: $F_{tr} = -\frac{1}{2}Ma$.

Замјеном претходног израза у једначину (1), слиједи: $Ma = -kx - \frac{1}{2}Ma$, тј.

$$a + \frac{2k}{3M}x = 0. (5)$$

Дакле, центар масе ваљка хармонијски осцилује. Кружна фреквенција ових осцилација је:

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{3M}}.$$

Сила трења котрљања без клизања не врши рад тако да за кретање ваљка важи закон одржања енергије. У почетном тренутку ваљак се налази у стању мировања, тако да је укупна енергија система једнака потенцијалној енергији опруге:

$$E = E_{p_0} = \frac{1}{2}kx_0^2. (6)$$

У тренутку проласка центра ваљка кроз равнотежи положај укупна енергија је једнака кинетичкој енергији: $E = E_k$. (7)

С друге стране, кинетичка енергија је једнака збиру кинетичких енергија трансляторног и ротационог кретања:

$$E_k = E_{kt} + E_{kr} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

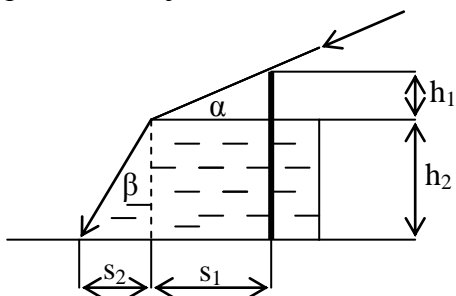
Како се ваљак котрља без клизања, важи: $v = \omega R$, па је:

$$E_k = \frac{M\omega^2 R^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{3}{2}I\omega^2, \text{ одакле слиједи да је кинетичка енергија ротационог кретања}$$

ваљка: $E_{kr} = \frac{1}{3}E_k$. (8) Из једначина (6), (7) и (8) слиједи: $E_{kr} = \frac{1}{6}kx_0^2$.

2.

Према слици је:



s_1 – дужина сјенке на површини ријеке, а
 $s = s_1 + s_2$ дужина сјенке на дну ријеке.

Са слике је $s_1 = \frac{h_1}{\tan \alpha}$, $s_1 = 1,73m$. Како је

$$\sin(90^\circ - \alpha) = n \sin \beta, \text{ важи } \sin \beta = \frac{\cos \alpha}{n}, \beta = 40,628^\circ,$$

$$s_2 = h_2 \tan \beta, \quad s_2 = 1,71m, \quad s = 3,44m.$$

3.

За дифракциони максимум првог реда $\sin \alpha_1 = \lambda N$, а за дифракциони максимум другог реда

$\sin \alpha_2 = \sin(\alpha_1 + 5^\circ) = 2\lambda N$. Деобом ових једначина добијамо: $\frac{\sin(\alpha_1 + 5^\circ)}{\sin \alpha_1} = 2$. Одавдје је

$$\sin \alpha_1 \cos 5^\circ + \sin 5^\circ \cos \alpha_1 = 2 \sin \alpha_1, \text{ одакле се налази } \tan \alpha_1 = \frac{\sin 5^\circ}{2 - \cos 5^\circ} = 0,08687 \text{ и } \alpha_1 = 4^\circ 58'.$$

Коначно, таласна дужина упадне светлости је: $\lambda = \frac{\sin \alpha_1}{N} = 432nm$.

4.

Да би олово почело да тоне, не мора да се истопи сав лед. Довољан услов је да је средња густина олова и леда једнака (или већа) густини воде, тј. $\rho_v \leq \frac{M_1 + m}{V}$, гдје је M_1 маса преосталог

(неистопљеног) леда. Укупна запремина тог комада је $V = V_L + V_0$ или $V = \frac{M_1}{\rho_L} + \frac{m}{\rho_0}$. Масу

преосталог леда налазимо из: $M_1 + m = \rho_v V = \rho_v \left(\frac{M_1}{\rho_L} + \frac{m}{\rho_0} \right)$, одакле је

$$M_1 = m \cdot \frac{(\rho_0 - \rho_v)\rho_L}{(\rho_v - \rho_L)\rho_0} = 8,2m, \quad \text{тј. } M_x = M - M_1 = M - 8,2m.$$

Потребна количина топлоте је: $Q = M_x \lambda = (M - 8,2m)\lambda$, што заменом бројних вредности даје:

$$Q = 36 \cdot 10^{-3} kg \cdot 3,3 \cdot 10^5 \frac{J}{kg} = 11880J.$$

5.

Означимо са h висину стуба ваздуха у цијеви. Пошто се цијев подиже веома споро може се сматрати да је ваздух увијек у стању термодинамичке равнотеже и да стално има исту температуру као и језерска вода. Стога се може сматрати да је процес изотермни.

Нека је p_1 - притисак ваздуха у цијеви, а S - површина попречног пресејека цијеви (површина клипа).

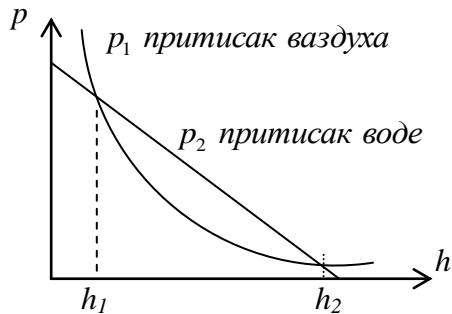
Према Бојл-Мариотовом закону производ притиска ваздуха у стубу ваздуха унутар цијеви и запремине $S \cdot h$ једнак је у сваком тренутку вриједности коју је имао овај производ у почетном положају (на дну језера) $200 \rho g (20S)$. Одатле:

$p_1 = \frac{4000\rho g}{h}$. Притисак воде у вертикалном положају цијеви је $p_2 = (200-h)\rho g$.

У стању равнотеже је $p_1 = p_2$, што доводи до квадратне једначине $(200-h)h = 4000$.

Рјешења ове једначине су: $h_1 = 100 - 20\sqrt{15} \approx 22,5 \text{ m}$ и $h_2 = 100 + 20\sqrt{15} = 177,5 \text{ m}$.

Само прво рјешење, тј. $h_1 = 22,5 \text{ m}$, има смисла јер у положају h_2 клип није у стању стабилне равнотеже, што се види са графика.



Ако би у положају h_1 клип био мало помјерен улијево, притисак ваздуха би постао већи од притиска воде и клип би се вратио у почетни положај. Такође, помјерање клипа мало удесно би довело до тога да је притисак воде већи од притиска ваздуха и клип би био враћен у положај h_1 . Ако би у положају h_2 клип био помјерен мало удесно, притисак гаса би постао већи од притиска воде и клип би био истиснут из цијеви. Обрнуто, помјерањем улијево би притисак воде био већи од притиска ваздуха што би довело до удаљавања клипа од положаја h_2 па стога он није стабилан у том положају.