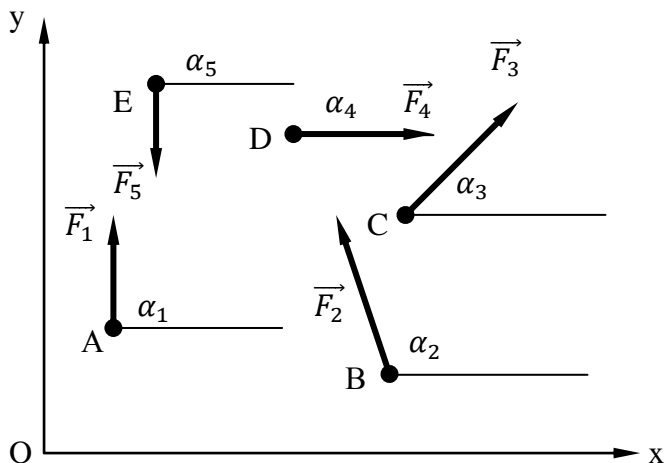


ЗАДАТАК 1.

За систем произвољних сила у равни, приказан на слици, одреди главни вектор и главни момент за тачку О. Подаци: $F_1 = 20N, \alpha_1 = 90^\circ$; $F_2 = 40N, \alpha_2 = 120^\circ$; $F_3 = 30N, \alpha_3 = 30^\circ$; $F_4 = 50N, \alpha_4 = 0^\circ$; $F_5 = 10N, \alpha_5 = 270^\circ$. Координате тачака (удаљености од х и у осе изражене у метрима) су: A(1, 4); B(6, 2); C(6, 6); D(4, 8); E(2, 9).



$$X_1 = F_1 \cdot \cos 90 = \mathbf{0\ N}$$

1 бод

$$Y_1 = F_1 \cdot \sin 90 = \mathbf{20\ N}$$

1 бод

$$X_2 = F_2 \cdot \cos 120 = \mathbf{-20\ N}$$

1 бод

$$Y_2 = F_2 \cdot \sin 120 = \mathbf{34,64\ N}$$

1 бод

$$X_3 = F_3 \cdot \cos 30 = \mathbf{25,98\ N}$$

1 бод

$$Y_3 = F_3 \cdot \sin 30 = \mathbf{15\ N}$$

1 бод

$$X_4 = F_4 \cdot \cos 0 = \mathbf{50\ N}$$

1 бод

$$Y_4 = F_4 \cdot \sin 0 = \mathbf{0\ N}$$

1 бод

$$X_5 = F_5 \cdot \cos 270 = \mathbf{0\ N}$$

1 бод

$$Y_5 = F_5 \cdot \sin 270 = \mathbf{-10\ N}$$

1 бод

$$X_R = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = \mathbf{55,98\ N}$$

2 бода

$$Y_R = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 = \mathbf{59,64\ N}$$

2 бода

$$F_R = \sqrt{X_R^2 + Y_R^2} = \mathbf{81,80\ N}$$

2 бода

$$\operatorname{tg} \alpha_R = \frac{Y_R}{X_R} = 1,0654 \Rightarrow \alpha_R = 46,81^\circ$$

2 бода

$$M_{R0} = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 = \mathbf{-218,04\ Nm}$$

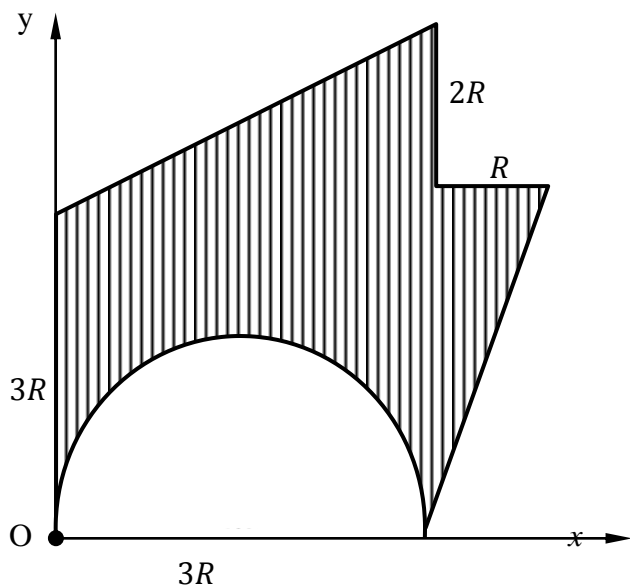
2 бода

УКУПНО

20 бодова

ЗАДАТАК 2.

За раванску фигури приказану на слици одредити удаљеност тежишта по х и у оси, ако је $R=10\text{cm}$.



$$A_1 = 3R \cdot 3R = 900 \text{ cm}^2$$

1 бод

$$x_1 = \frac{3R}{2} = 15 \text{ cm}$$

1 бод

$$y_1 = \frac{3R}{2} = 15 \text{ cm}$$

1 бод

$$A_2 = \frac{3R \cdot 2R}{2} = 300 \text{ cm}^2$$

1 бод

$$x_2 = \frac{2 \cdot 3R}{3} = 20 \text{ cm}$$

1 бод

$$y_2 = 3R + \frac{2R}{3} = 36,67 \text{ cm}$$

1 бод

$$A_3 = \frac{3R \cdot R}{2} = 150 \text{ cm}^2$$

1 бод

$$x_3 = 3R + \frac{R}{3} = 33,33 \text{ cm}$$

1 бод

$$y_3 = \frac{2 \cdot 3R}{3} = 20 \text{ cm}$$

1 бод

$$A_4 = \frac{\left(\frac{3R}{2}\right)^2 \cdot \pi}{2} = 353,25 \text{ cm}^2$$

1 бод

$$x_4 = \frac{3R}{2} = 15 \text{ cm}$$

1 бод

$$y_4 = \frac{4 \left(\frac{3R}{2}\right)}{3\pi} = 6,37 \text{ cm}$$

1 бод

$$x_c = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3 - A_4 \cdot x_4}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4} = 19,26 \text{ cm}$$

4 бода

$$y_c = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3 - A_4 \cdot y_4}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4} = 25,33 \text{ cm}$$

4 бода

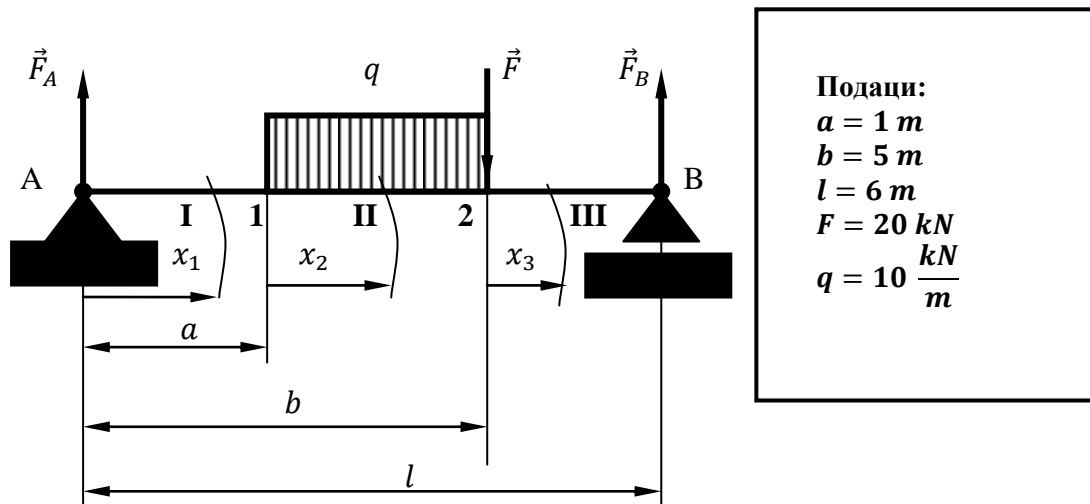
УКУПНО

20 бодова

ЗАДАТАК 3.

За равански носач приказан на слици аналитичком методом одреди:

1. отпоре ослонаца,
2. моменте савијања у пољу I (за тачке A и 1, као и за $x_1 = 0,5 \text{ m}$); поље II (за тачке 1 и 2, као и за $x_2 = 2 \text{ m}$) и у пољу III (за тачке 2 и B, као и за $x_3 = 0,5 \text{ m}$),
3. трансверзалну силу у пољу I, у пољу II (за тачке 1 и 2 као и за $x_2 = 2 \text{ m}$), и у пољу III,
4. аксијалну силу у пољу I, II и III,
5. нацртати дијаграме момената савијања, трансверзалне и аксијалне силе,
6. одредити имтензитет максималног момента савијања.



$$F_q = q \cdot (b - a) = 40 \text{ kN}$$

Отпори ослонаца:

$$\sum y = 0 \rightarrow F_A - F_q - F + F_B = 0 \rightarrow F_A = F_q + F - F_B = 23,33 \text{ kN} \quad 1 \text{ бод}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$F_B \cdot l - F \cdot b - F_q \cdot \left(a + \frac{b-a}{2}\right) = 0$$

$$F_B = \frac{F \cdot b + F_q \cdot \left(a + \frac{b-a}{2}\right)}{l} = 36,67 \text{ kN} \quad 1 \text{ бод}$$

Момент савијања

Поље I:

За тачку A:

$$M_{SA} = 0 \quad 1 \text{ бод}$$

За $x_1 = 0,5 \text{ m}$:

$$M_{Sx1} = F_A \cdot x_1 = 11,67 \text{ kNm} \quad 1 \text{ бод}$$

За тачку 1:

$$M_{S1} = F_A \cdot a = 23,33 \text{ kNm} \quad 1 \text{ бод}$$

Поље II:

За тачку 1:

$$M_{S1} = F_A \cdot a = 23,33 \text{ kNm} \quad 1 \text{ бод}$$

За $x_2 = 2 \text{ m}$:

$$M_{Sx2} = F_A \cdot (a + x_2) - q \frac{x_2^2}{2} = 50 \text{ kNm} \quad 1 \text{ бод}$$

За тачку 2:

$$M_{S2} = F_A \cdot b - q \frac{(b-a)^2}{2} = 36,67 \text{ kNm} \quad 1 \text{ бод}$$

Поље III:

За тачку 2:

$$M_{S2} = F_A \cdot b - q \frac{(b-a)^2}{2} = 36,67 \text{ kNm} \quad 1 \text{ бод}$$

За $x_3 = 0,5 \text{ m}$:

$$M_{Sx3} = F_A (b + x_3) - F_q \left(\frac{b-a}{2} + x_3 \right) - F x_3 = 18,33 \text{ kNm} \quad 1 \text{ бод}$$

За тачку B:

$$M_{SB} = 0 \quad 1 \text{ бод}$$

Трансверзална сила:

Поље I:

$$F_{TI} = F_A = 23,33 \text{ kN} \quad 1 \text{ бод}$$

Поље II:

За тачку 1:

$$F_{T1} = F_A = 23,33 \text{ kN} \quad 1 \text{ бод}$$

За $x_2 = 2 \text{ m}$

$$F_{Tx2} = F_A - q \cdot 2 = 3,33 \text{ kN} \quad 1 \text{ бод}$$

За тачку 2:

$$F_{T2} = F_A - F_q = -16,67 \text{ kN} \quad 1 \text{ бод}$$

Поље III:

$$F_{TIII} = F_A - F_q - F = -36,67 \text{ kN} \quad 1 \text{ бод}$$

Аксијална сила

Носач није изложен дејству аксијалне силе 1 бод

Максимални момент савијања

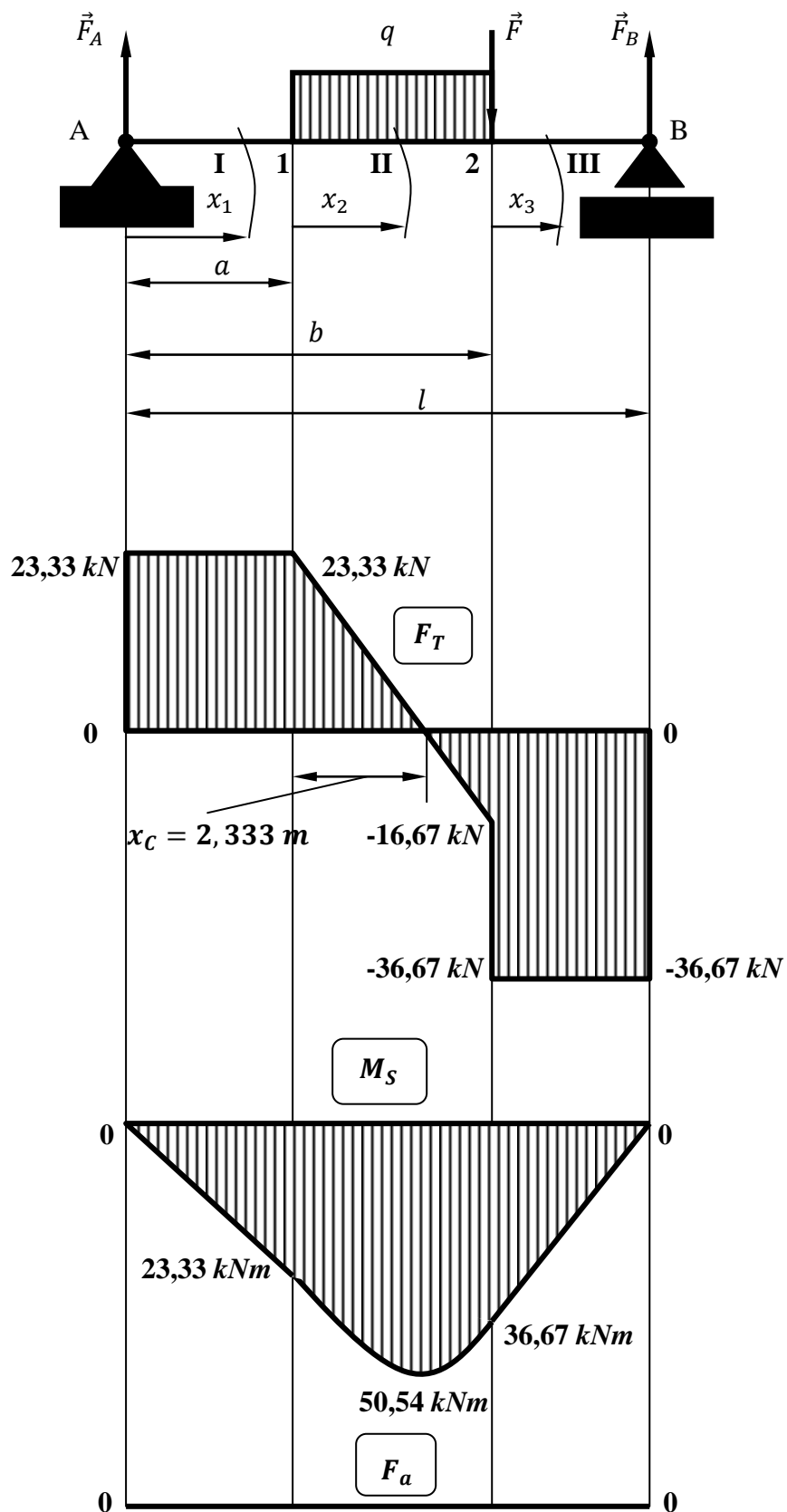
$$F_T = 0$$

$$F_A - q \cdot x_C = 0 \quad 1 \text{ бод}$$

$$x_C = \frac{F_A}{q} = 2,333 \text{ m} \quad 1 \text{ бод}$$

$$M_{Cmax} = F_A(a + x_C) - q \frac{x_C^2}{2} = 50,54 \text{ kNm} \quad 1 \text{ бод}$$

Дијаграми



6 бодова

3 бода

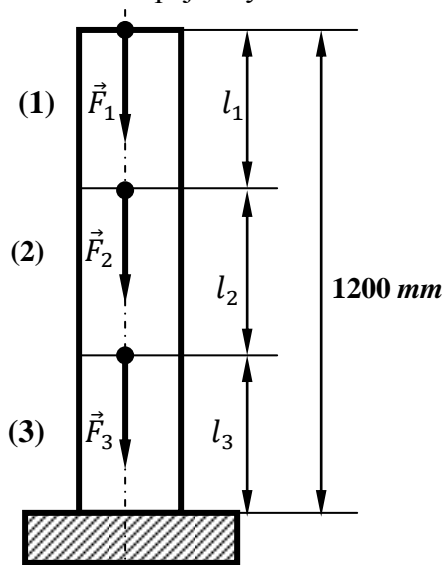
1 бод

УКУПНО

30 бодова

ЗАДАТАК 4.

Цилиндрични стуб пречника 40 mm и дужине 1200 mm оптерећен је силама \vec{F}_1 , \vec{F}_2 и \vec{F}_3 , према слици. Израчунати напрезање у појединим дијеловима стуба (дио 1, 2 и 3) и помјерање (скраћење) слободног краја стуба.



Подаци:

$$l_1 = l_2 = l_3$$

$$F_1 = 15 \text{ kN}$$

$$F_2 = 10 \text{ kN}$$

$$F_3 = 5 \text{ kN}$$

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

Дужине појединих дијелова стуба

$$l_1 = l_2 = l_3 = \frac{1200}{3} = 400 \text{ mm}$$

Попречни пресјек стуба

$$A = \frac{0,04^2 \cdot \pi}{4} = 12,56 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

1 бод

Напрезање дијала стуба (1) од 0 до 400 mm

$$N_{(1)} = -F_1 = -15 \text{ kN} = -15\,000 \text{ N}$$

2 бода

$$\sigma_{(1)} = \frac{N_{(1)}}{A} = \frac{-15 \cdot 10^3}{12,56 \cdot 10^{-4}} = -11942675 \text{ Pa} \approx -12 \text{ MPa}$$

1 бод

Напрезање дијала стуба (1) од 400 до 800 mm

$$N_{(2)} = -F_1 - F_2 = -25 \text{ kN} = -25000 \text{ N}$$

2 бода

$$\sigma_{(2)} = \frac{N_{(2)}}{A} = \frac{-25 \cdot 10^3}{12,56 \cdot 10^{-4}} = -19904458 \text{ Pa} \approx -20 \text{ MPa}$$

1 бод

Напрезање дијала стуба (1) од 800 до 1200 mm

$$N_{(3)} = -F_1 - F_2 - F_3 = -30 \text{ kN} = -30000 \text{ N}$$

2 бода

$$\sigma_{(3)} = \frac{N_{(3)}}{A} = \frac{-30 \cdot 10^3}{12,56 \cdot 10^{-4}} = -23885350 \text{ Pa} \approx -24 \text{ MPa}$$

1 бод

Скраћење дијела стуба (1)

$$\Delta l_1 = \frac{N_{(1)} \cdot l_1}{AE} = \frac{-15 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{12,56 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{11}} = -2,388 \cdot 10^{-5} \text{ m} = -0,02388 \text{ mm}$$

2 бода

Скраћење дијела стуба (2)

$$\Delta l_2 = \frac{N_{(2)} \cdot l_2}{AE} = \frac{-25 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{12,56 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{11}} = -3,980 \cdot 10^{-5} \text{ m} = -0,03980 \text{ mm}$$

2 бода

Скраћење дијела стуба (3)

$$\Delta l_3 = \frac{N_{(3)} \cdot l_3}{AE} = \frac{-30 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{12,56 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{11}} = -4,777 \cdot 10^{-5} \text{ m} = -0,04777 \text{ mm}$$

2 бода

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = -0,02388 - 0,03980 - 0,04777 = -0,11145 \text{ mm}$$

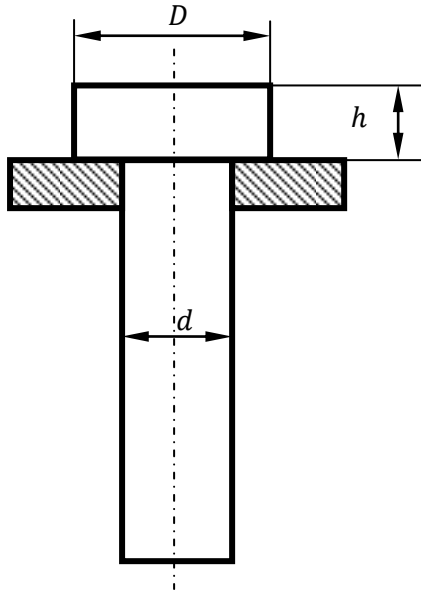
2 бода

УКУПНО

18 бодова

ЗАДАТАК 5.

Крај штапа пречника d обликован је тако (формирана је глава) да се може оптеретити аксијалном силом зарезања. Потребно је одредити висину главе штапа, тако да штап можемо оптеретити максималном силом затезања, ако је пречник штапа $d = 40 \text{ mm}$.



Подаци:

1. Дозвољени напон на затезање

$$\sigma_{zd} = 10 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

2. Дозвољени напон на смицање

$$\tau_{sd} = 7 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

Највећа сила затезања

$$\sigma_z = \frac{F_z}{A_z} \leq \sigma_{zd}$$

$$A_z = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{40^2 \cdot \pi}{4} = 1256 \text{ mm}^2 = 0,001256 \text{ m}^2$$

2 бода

$$F_z = A_z \cdot \sigma_{zd} = 0,001256 \cdot 10 \cdot 10^7 = 125600 \text{ N} = 125,6 \text{ kN}$$

2 бода

Димензионисање на смицање

$$\tau_s = \frac{F_z}{A_s} \leq \tau_{sd}$$

$$A_s \geq \frac{F_z}{\tau_{sd}} = \frac{125600}{7 \cdot 10^7} = 0,001794 \text{ m}^2$$

2 бода

$$A_s = d \cdot \pi \cdot h = 0,04 \cdot \pi \cdot h = 0,1256 h$$

2 бода

$$0,1256 h = 0,001794$$

2 бода

$$h = \frac{0,001794}{0,1256} = 0,0143 \text{ m} = 14,3 \text{ mm}$$

2 бода

УКУПНО

12 бодова