

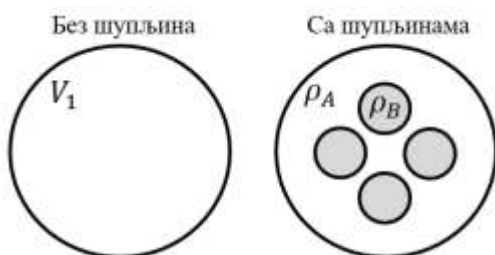
VIII РАЗРЕД

1. По правом хоризонталном путу се крећу два возила. Возило A , дужине $a = 4 \text{ m}$, креће се константном брзином $v_{A0} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, а возило B , дужине $b = 6 \text{ m}$, креће се константном брзином $v_B = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. У тренутку када се возило A нађе на растојању $l = 20 \text{ m}$ иза возила B оно почиње да га претиче. За вријеме претицања возило B не мијења своју брзину, а возило A убрзава константним убрзањем. Ако брзина возила A , након што претекне возило B , износи $v_A = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, одредити колико времена је било потребно возилу A да претекне возило B . Положаји оба возила на почетку и на крају претицања су приказани на слици 1. Слика није нацртана у одговарајућој размјери.



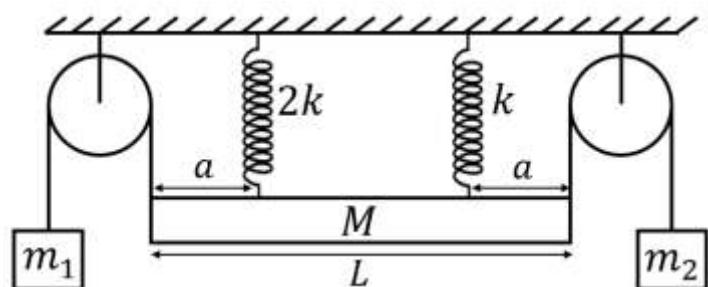
Слика 1.

2. У хомогеном тијелу од алуминијума које има облик сфере и чија је запремина $V_1 = 900 \text{ cm}^3$ (слика 2.а) направљене су четири једнаке сферне шупљине свака запремине $V_2 = 40 \text{ cm}^3$ (попречни пресјек тијела јеприказан на слици 2.б). Шупљине су затим испуњене баком, а тијело је убачено у воду и пуштено да се слободно креће. Густина воде је $\rho_0 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, густина алуминијума је $\rho_A = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, а густина бака је $\rho_B = 8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Тијело може да се креће само по вертикалном правцу, а шупљине су направљене симетрично тако да тијело не ротира при кретању.
- (а) Одредити израз за масу тијела.
- (б) При кретању тијела кроз воду на њега, поред осталих сила, дјелује и сила отпора средине чији је интензитет $F_{отр} = kv^2$, гдје је $k = 0,99 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$, а v брзина кретања тијела. Одредити брзину кретања тијела кроз воду, ако је та брзина константна. Убрзање Земљине теже је $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



Слика 2а

Слика 2б



Слика 3

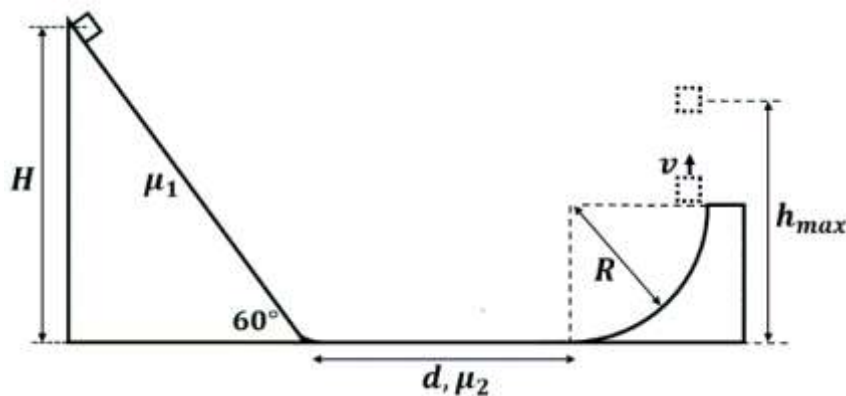
3. На слици 3. је приказан систем који чине два лака котура, лаке и неистегљиве нити, хомогена греда масе M и дужине $L = 180 \text{ cm}$, два мала тијела чије су масе $m_1 = 4 \text{ kg}$ и $m_2 = 5 \text{ kg}$ и двије лаке опруге коефицијената елстичности $2k$ и k . Опруге су симетрично повезане за греду на растојању $a = 45 \text{ cm}$ од лијевог, односно десног краја греде. Систем се налази у равнотежи, греда је у хоризонталном положају, а истезања обје опруге су једнака.
- (а) Одредити масу греде M .

(б) Да ли се гредна налази у положају стабилне или лабилне равнотеже? Зашто?

4. Мало тијело се пусти са врха непокретне стрме равни нагибног угла 60° и висине H да се слободно креће. Након што се спусти низ стрму раван тијело прелази пут $d = 80 \text{ cm}$ по хоризонталној подлози, а затим се помоћу кружног лука полупречника $R = 50 \text{ cm}$ усмјерава вертикално навише. Максимална висина до које се тијело попне прије него што се заустави је $h_{\max} = 90 \text{ cm}$. Коэффициент трења између тијела и стрме равни је $\mu_1 = \frac{1}{2\sqrt{3}}$, између тијела и хоризонталне подлоге је $\mu_2 = 0,25$ док између тијела и кружног лука трење не постоји. Познато је да тијело не губи контакт са подлогом све до тренутка одвајања од врха кружног лука. Убрзање Земљине теже је $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

(а) Одредити висину H стрме равни са које је тијело пуштено да се креће.

(б) Одредити брзину тијела v у тренутку када се тијело одваја од подлоге.



Слика 4.

5. Оброк спреман за јело је оброк пакет који неки војници добијају када се налазе у теренским условима гдје им организовани објекти за исхрану нису доступни. Уз паковање са храном долази и тако звани *гријач без пламена*, односно магнезијумска плочица која у додиру са водом изазива хемијску реакцију у којој се ослобађа велика количина топлоте. Сматраћемо да се топлота у реакцији ослобађа константном брзином од $80 \frac{\text{J}}{\text{s}}$ (џул у секунди). Војник је у пластичну кесу ставио магнезијумску плочицу, пакетић са храном масе 230 g који је направљен од посебне врсте танког материјала занемарљиве масе и који савршено добро проводи топлоту, сипао 35 ml воде и херметички затворио кесу. Кеса је направљена од пластике која не проводи топлоту тако да можемо сматрати да је систем изолован од околине. Хемијска реакција започиње чим магнезијум дође у контакт са водом, а почетна температура хране и воде је једнака и износи 15°C . Вријеме потребно за загријавање хране је 10 min .

(а) Израчунати количину топлоте која се ослободи у овој хемијској реакцији за вријеме док се загрије храна.

(б) До које температуре се загријала храна?

Енергија коју човјек троши при свом кретању се надокнађује уносом хране, а свака намирница коју човјек поједе у његов организам уноси одређену количину енергије која се изражава у килокалоријама (kcal). Енергетска вриједност 100 g војничког obroka је 197 kcal ($1 \text{ kcal} = 4,196 \text{ kJ}$), а енергија коју човјек изгуби при сваком кораку је 76 J .

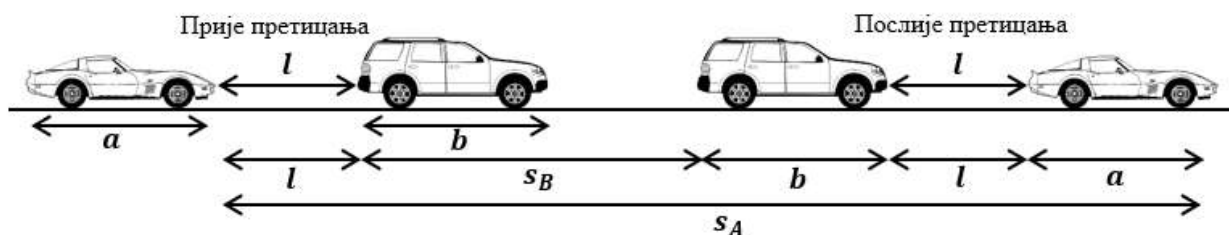
(в) Израчунати колики пут може да препјешачи војник ако поједе свих 230 g свог obroka. Дужина војничког корака је 60 cm .

Густина воде је $\rho_0 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, специфични топлотни капацитет воде је $c_0 = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$ а специфични топлотни капацитет војникове хране је $c = 4450 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$.

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА VIII РАЗРЕД

1. $a = 4 \text{ m}, v_{A0} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}, b = 6 \text{ m}, v_B = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}, l = 20 \text{ m}, v_A = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}, t = ?$

Како се аутомобили не сматрају материјалним тачкама тада је пут који аутомобил пређе за неко вријеме једнак путу који пређе било која фиксна тачка са аутомобила. Ако са аутомобила A одаберемо почетну, а са аутомобила B крајњу тачку тада на основу слике 1. добијамо да за њихове пређене путеве важи $s_A = l + s_B + b + l + a$, одакле је $s_A - s_B = a + b + 2l$ (1). Аутомобил A за вријеме претицања равномерно убрзава од брзине v_{A0} до брзине v_A убрзањем $a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_A - v_{A0}}{t}$ (2). За истото вријеме аутомобил A пређе пут $s_A = v_{A0}t + \frac{1}{2}a_A t^2$ (3), а аутомобил B пређе пут $s_B = v_B t$ (4). Замјеном (3) и (4) у (1) и на основу (2) добијамо $t = \frac{2(a+b+2l)}{v_{A0} + v_A - 2v_B}$, односно замјеном бројних вриједности $t = 5 \text{ s}$.



Слика 1.

2. $V_1 = 900 \text{ cm}^3, V_2 = 40 \text{ cm}^3, \rho_0 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \rho_A = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \rho_B = 8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, k = 0,99 \frac{\text{kg}}{\text{m}}, g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, m = ?, v = ?$

(а) Како је тијело нехомогено, састоји се од дијелова различите густине, његова маса је једнака збиру маса појединих дијелова тј. $m = m_A + m_B = \rho_A V_A + \rho_B V_B$ (1). Запремина алуминијумског дијела тијела је $V_A = V_1 - 4V_2$ (2), а дијела од бакра $V_B = 4V_2$ (3). Замјеном (2) и (3) у (1) слиједи да је израз за масу тијела $m = \rho_A(V_1 - 4V_2) + 4\rho_B V_2$.

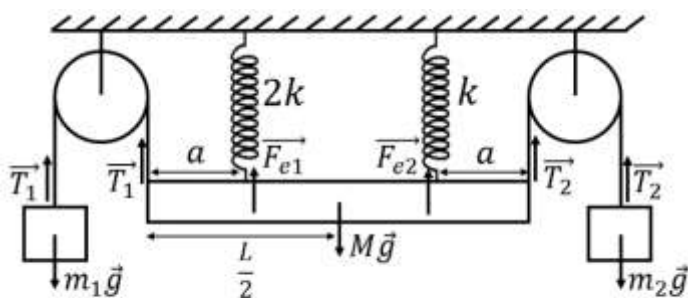
(б) Сила потиска која дјелује на тијело је $F_p = \rho_0 V_1 g$ (4), јер је укупна запремина тијела уроњеног у воду остала и даље V_1 . Како се тијело кроз воду креће константном брзином важи да је $a = 0$, односно $\sum F = 0$. Све силе које дјелују на тијело имају само вертикалне компоненте те је на основу претхоног $m g = F_p + F_{otp}$ (5). Замјеном (4) у (5) и на основу дијела под (а) лако се добија да је брзина тијела $v = \sqrt{\frac{(V_1(\rho_1 - \rho_0) + 4V_2(\rho_2 - \rho_1))g}{k}}$, а замјеном бројних вриједности $v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

3. $L = 180 \text{ cm}, m_1 = 4 \text{ kg}, m_2 = 5 \text{ kg}, 2k, k, a = 45 \text{ cm}, M = ?$

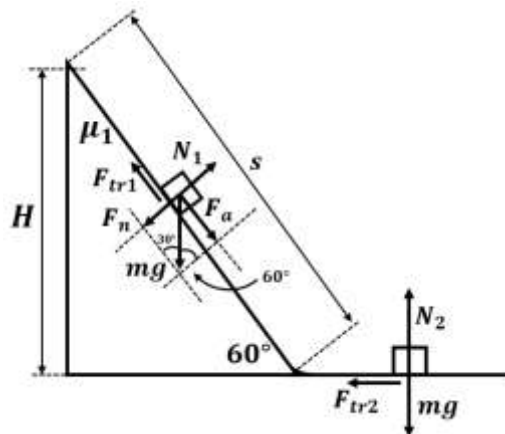
(а) Силе које дјелују на греду су приказане на слици 2. Да би се греда налазила у стању равнотеже услови сила које дјелују на греду и момената у односу на њен центар масе који морају да буду задовољени су: $T_1 + F_{e1} + F_{e2} + T_2 = M g$ (1) и

$T_1 \frac{L}{2} + F_{e1} \left(\frac{L}{2} - a \right) = T_2 \frac{L}{2} + F_{e2} \left(\frac{L}{2} - a \right)$ (2). Како су нити лаке и неистегљиве важи да је $T_1 = m_1 g$ (3) и $T_2 = m_2 g$ (4), а како је греда хоризонтална и како су истезања опруга једнака важи да је $F_{e1} = 2kx$ (5) и $F_{e2} = kx$ (6). На основу (5) и (6) лако је закључити да је $F_{e1} = 2F_{e2}$ (7). Замјеном (7) у (1) и (2), а затим замјеном (1) у (2) или (2) у (1) и на основу (3) и (4) добијамо $M = \frac{2[m_2(2L-a) - m_1(L+a)]}{L-2a}$ односно замјеном бројних вриједности $M = 15 \text{ kg}$.

(б) Греда се налази у положају стабилне равнотеже јер ако се мало помјери из равнотежног положаја под утицајем еластичних сила опруге она се поново враћа у почетни положај.



Слика 2.



Слика 3.

4. $d = 80 \text{ cm}$, $R = 50 \text{ cm}$, $h_{max} = 90 \text{ cm}$, $\mu_1 = \frac{1}{2\sqrt{3}}$, $\mu_2 = 0,25$, $H = ?$, $v = ?$

(а) Силе које дјелују на тијело при његовом кретању по стрмој равни и хоризонталној подлози су приказане на слици 3. Механичка енергија тијела у почетном положају је $E_0 = mgH$ (1), а када се нађе на максималној висини до које може да се попне $E = mgh_{max}$ (2). Дио почетне енергије тијела се утроши на рад потребан за савладавање сила трења, односно $E_0 - E = A_{F_{tr1}} + A_{F_{tr2}}$ (3). С друге стране важи $A_{F_{tr1}} = F_{tr1}s$ (4) (гдје је $F_{tr1} = \frac{1}{2}mg\mu_1$ (5) сила трења дуж стрме равни, а $s = \frac{2H\sqrt{3}}{3}$ (6) дужина стрме равни) и $A_{F_{tr2}} = F_{tr2}d$ (7) (гдје је $F_{tr2} = mg\mu_2$ (8) сила трења дуж хоризонталне подлоге). Замјеном (4) и (7) у (3) и на основу (5), (6) и (8) добијамо да је $E_0 - E = \frac{mg\mu_1 H\sqrt{3}}{3} + mg\mu_2 d$ одакле уз релације (1) и (2) добијамо тражену висину стрме равни

$$H = \frac{3(\mu_2 d + h_{max})}{3 - \mu_1 \sqrt{3}}, \text{ односно } H = 132 \text{ cm}.$$

(б) У тренутку када се тијело одваја од кружног лука његова механичка енергија је $E_1 = mgR + \frac{1}{2}mv^2$ (9), а када се нађе на максималној висини до које може да се попне $E_2 = E = mgh_{max}$ (10). Како нема сила отпора средине, куглица не губи енергију, односно важи $E_1 = E_2$ (11). Замјеном (9) и (10) у (11) добијамо да је брзина тијела $v = \sqrt{2g(h_{max} - R)}$ односно $v = 2,8 \frac{m}{s}$.

5. $P = 80 \frac{J}{s}$, $m = 230 \text{ g}$, $V_0 = 35 \text{ ml}$, $t_0 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$, $\tau = 10 \text{ min}$, $\rho_0 = 1000 \frac{kg}{m^3}$, $c_0 = 4200 \frac{J}{kg \cdot ^\circ\text{C}}$

$$c = 4450 \frac{J}{kg \cdot ^\circ\text{C}}, \Delta E = 76 \text{ J}, d = 60 \text{ cm}, Q = ?, t = ?, s = ?$$

(а) Количина топлоте која се ослободи у овој хемијској реакцији је $Q = P\tau$ (1) односно замјеном бројних вриједности $Q = 48 \text{ kJ}$.

(б) Како је систем изолован од околине, а паковање за храну савршено добро проводи топлоту сва топлота која се ослободи у овој хемијској реакцији се утроши на загријавање хране масе m и воде масе m_0 гдје је $m_0 = \rho_0 V_0$ (2). На основу једначине топлотне равнотеже важи да је $Q = m_0 c_0 (t - t_0) + mc(t - t_0)$ (3). Замјеном (1) и (2) у (3) добијамо да је температура до које се храна загрије $t = \frac{P\tau}{\rho_0 V_0 c_0 + mc} + t_0$ односно $t = 56^\circ\text{C}$.

(в) Ако је енергетска вриједност 100 г војничког оброка 197 kcal, тада ће енергетска вриједност 230 г истог оброка бити 2,3 пута већа, односно $E = 2,3 \cdot 197 \cdot 4,196 \text{ kJ}$ тј. $E = 1901,21 \text{ kJ}$ (4). Да би војник препјешачио пут s потребно је да направи $n = \frac{s}{d}$ (5) корака. При сваком кораку његова енергија се смањује за ΔE , одакле слиједи да је $n = \frac{E}{\Delta E}$ (6). Изједначавањем (5) и (6) и на основу (4) добијамо да је пут који војник може да препјешачи $s = \frac{Ed}{\Delta E}$ односно $s = 15 \text{ km}$.