26. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (9. март 2019)

II РАЗРЕД

1 Ваздух је затворен у цилиндричном суду помоћу клипа чија је тежина $Q = 30\,N$. Унутрашњи попречни пресјек суда има површину $S = 25\,cm^2$. Када се суд налази у хоризонталном положају, затворени ваздух има запремину $V = 25 \cdot 10^3\,cm^3$, температуру $t = 27\,^0C$ и притисак $p_0 = 101325\,Pa$. Ако се суд постави у вертикални положај са дном окренутим на доле, а ваздух у суду загрије до температуре $t_1 = 97\,^0C$, колика ће бити запремина гаса у овом другом случају? За атмосферски притисак узети да је $p_0 = 101325\,Pa$.

2. У посуду висине $H = 20\,cm$ на чијем дну се налази кружни отвор пречника $d = 8\,mm$ утиче млаз воде запреминског протока $Q_u = 50\,cm^3/s$. На којој висини h ће се успоставити сталан ниво воде у посуди? Занемарити контракцију млаза на излазу из посуде. ($g = 9{,}81\,m/s^2$)

3. Одредити коефицијент корисног дејства циклуса приказаног на слици 1. Познато је да је $p_2 = 2p_1$, $T_2 = T_3$ и $V_3 = 3V_1$. Радно тијело је идеални двоатомски гас.

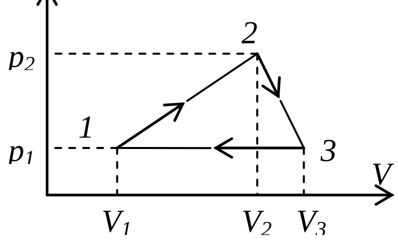
4. Хомогена кугла, масе m и полупречника R, се гурне уз стрму раван почетном брзином v_0 тако да се котрља без проклизавања (слика 3). Маса стрме равни је M, а њен нагибни угао је φ. Стрма раван је у почетном тренутку мировала у односу на глатку хоризонталну подлогу по којој може да се креће без трења.

(а) До које висине h ће се попети кугла у односу на хоризонталну подлогу прије него што се заустави и крене враћати назад?

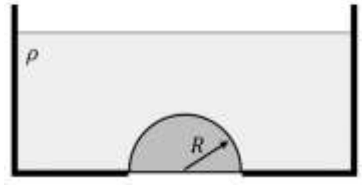
(б) Колика је брзина u стрме равни у тренутку када се кугла нађе на висини h?

Напомена: момент инерције хомогене кугле у односу на осу кроз њен центар масе је $I = \frac{2}{5}mR^2$.

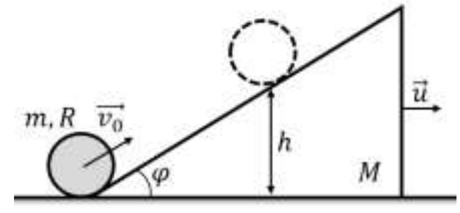
5. Отвор на хоризонталном дну посуде је затворен лаким полусферним чепом полупречника R (слика 2). Посуда је напуњена течношћу густине ρ, а дно посуде се налази на дубини H. Одредити силу којом чеп дјелује на дно посуде.



Слика 1



Слика 2



Слика 3

Задатке припремили: Милко Бабић и Борис Баришић

Рецензент: Проф. др Милан Пантић, ПМФ, Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА II РАЗРЕД

1. На основу опште једначине гасног стања за описана стања гаса у хоризонталном и вертикалном цилиндру је $\frac{p_0 V}{T} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$ (1) гдје су $T = t + 273 = 300\,K$, $T_1 = t_1 + 273 = 370\,K$, V_1 - тражена запремина и $p_1 = p_0 + \frac{Q}{S}$ (2).

Из једначина (1) и (2) добија се тражена запремина $V_1 = \frac{VT_1}{T\left(1 + \frac{Q}{Sp_0}\right)}$, $V_1 = 27{,}57 \cdot 10^3\,cm^3$.

2. Запремина воде V која за дато вријеме t истиче кроз отвор на дну посуде површине $S = \frac{\pi d^2}{4}$ сразмјерна је брзини тока воде на излазу из посуде $v = \sqrt{2gh}$, гдје је h ниво воде у односу на излазни отвор, $V = Svt = S\sqrt{2gh} \cdot t$. Излазни проток воде је $Q_i = \frac{V}{t} = S\sqrt{2gh}$.

Ниво воде у посуди се неће мијењати када је улазни проток Q_u једнак излазном протоку Q_i, тј. када је $Q_u = S\sqrt{2gh}$. Одавдје је $h = \frac{Q_u^2}{2gS^2}$ или $h = \frac{8Q_u^2}{g\pi^2 d^4}$, $h = 5{,}0\,cm$.

3. Коефицијент корисног дејства циклуса је $\eta = \frac{A}{Q}$. Извршени рад једнак је површини коју ограничава циклус (површина троугла). $A = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)}{2}$ (1) . Кориштењем услова задатка и (1) добија се $A = p_1 V_1$.

Из једначина стања за тачке 2 и 3: $p_2 V_2 = nRT_2$, $p_1 V_3 = nRT_2$ налазимо $V_2 = \frac{3V_1}{2}$ (2) . У процесима 1-2 и 2-3 гас прима топлоту. Ти процеси нису изопроцеси и доведене количине топлоте се одређују примјеном првог закона термодинамике.

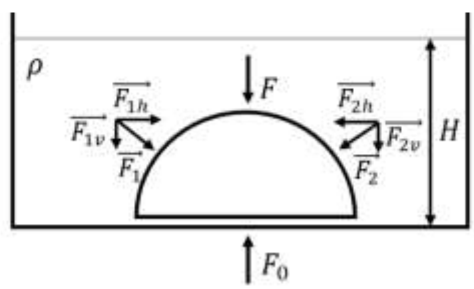
$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} + nC_V(T_2 - T_1)$. За двоатомски гас $C_V = \frac{5}{2}R$ па слиједи:

$$Q_{12} = \frac{3p_1V_1}{4} + 5p_1V_1 = \frac{23}{4}p_1V_1 .$$

$Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23} = \frac{(p_1 + p_2)(V_3 - V_2)}{2} + 0$, $Q_{23} = \frac{9p_1V_1}{4}$, $\eta = \frac{A}{Q_{12} + Q_{23}}$, $\eta = 0{,}125 = 12{,}5\%$.

4. (а) Како нема дјеловања спољашњих сила на систем „кугла – стрма раван“ у хоризонталном правцу слиједи да се импулс одржава. Сила трења између кугле и стрме равни је унутрашња сила у систему.
На основу ЗОИ у хоризонталном правцу важи $p_m + p_M = p_m' + p_M'$ гдје је $p_M = 0$ јер је $u_0 = 0$. Слиједи да је $mv_0 \cos\varphi = mu + Mu$ односно $mv_0 \cos\varphi = (m + M)u$ (1) .
На основу ЗОЕ имамо $E_m^T + E_m^R = E_m^{T\,\prime} + E_m^{R\,\prime} + E_m^P + E_M^T$ гдје је $E_m^R = \frac{1}{2} I\omega_0^2$, а $E_m^{R\,\prime} = 0$ јер је $\omega = 0$ у тренутку кад се кугла зауставља и достиже висину h. Како се кугла котрља без проклизавања важи да је $v_0 = \omega_0 R$ што уз претходно и $I = \frac{2}{5} mR^2$ даје $\frac{1}{2} mv_0^2 + \frac{1}{2} I\omega_0^2 = \frac{1}{2} mu^2 + mgh + \frac{1}{2} Mu^2$ односно $\frac{7}{10} mv_0^2 = mgh + \frac{1}{2}(m + M)u^2$ (2).
Рјешавањем једначина (1) и (2) по h једноставно се добија да је висина до које се кугла попне $h = \frac{v_0^2[m(7-5\cos^2\varphi)+7M]}{10g(m+M)}$.
(б) Из (1) слиједи брзина стрме равни у тренутку када се кугла заустави на висини h, $u = \frac{m\cos\varphi}{m+M} v_0$.

5. I начин: Полусферни чеп се налази у равнотежи, тада важи: $N = F$ (1) , гдје је N сила којом дно посуде дјелује на чеп, а F резултујућа сила којом течност дјелује на чеп у вертикалном правцу. На основу Трећег Њутновог закона сила којом чеп дјелује на дно посуде биће једнака сили N. Сила којом течност дјелује на чеп једнака је тежини стуба течности који се налази изнад чепа $F = \rho V g$ (2), гдје је V запремина течности изнад чепа и важи $V = R^2\pi H - \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3} R^3\pi\right) = R^2\pi\left(H - \frac{2}{3} R\right)$ (3). Замјеном (3) у (2) и на основу (1) добијамо $N = \rho g\pi R^2\left(H - \frac{2}{3} R\right)$.



II начин: Да би се одредила сила којом течност дјелује на полусферни чеп, можемо замислити да је посуда затворена, а да се непосредно уз дно посуде налази тијело облика полусфере полупречника R. Како је притисак течности на истој висини једнак, слиједи да за сваку силу $\overrightarrow{F_1}$ која дјелује на дио површине тијела постоји сила $\overrightarrow{F_2}$ истог интензитета са супротне стране. Разлагањем ових сила јасно је да се њихове хоризонталне компоненте поништавају, а сума свих вертикалних компоненти је сила F. Како се тијело налази непосредно уз дно посуде, притисак и одговарајућа сила која дјелује на доњу површину тијела су
$p = \rho g H$ и $F_0 = pR^2\pi = \rho g\pi H R^2$ (1) . Разлика сила које дјелују на доњу и горњу површину тијела је једнака Архимедовој сили потиска која дјелује на тијело облика полусфере потопљено у течност.
$F_p = \rho\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3} R^3\pi\right) g = F_0 - F$ (2) . Замјеном (1) у (2) коначно је $F = \rho g\pi R^2\left(H - \frac{2}{3} R\right)$ (3) .
Како се полусферни чеп налази у равнотежи, тада важи: $N = F$, одакле на основу Трећег Њутновог закона и (3) долазимо до силе којом чеп дјелује на дно посуде $N = \rho g\pi R^2\left(H - \frac{2}{3} R\right)$.