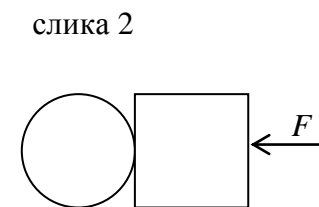
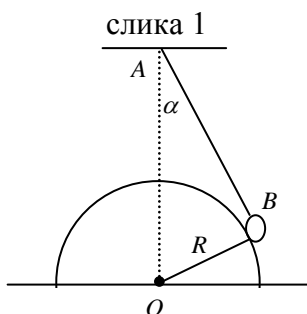


26. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (6. април 2019.)

I РАЗРЕД

1. Хомогени ваљак масе  $3kg$  котрља се без клизања низ стрму раван нагиба  $30^\circ$ . Колика је његова кинетичка енергија после  $1,6\text{ s}$  од почетка кретања? Почетна брзина ваљка једнака је нули. ( $I = \frac{mr^2}{2}$ )
2. На једном крају колица дужине  $1\text{ m}$  налази се мало тијело. Колица се крећу убрзањем  $2\text{ m/s}^2$ .
- а) За које вријеме ће тијело склизнути са колица ако је трење занемарљиво?  
б) За које вријеме ће склизнути тијело ако је коефицијент трења између тијела и колица  $0,1$ ?  
в) За које вриједности коефицијента трења тијело неће склизнути са колица?
3. Куглица масе  $m$  објешена за лаку неистегљиву нит, лежи на полусфери полупречника  $R$  (слика 1). Нит заклапа угао  $\alpha$  са вертикалом, а троугао  $ABO$  је правоугли. Куглица је гурнута брзином  $v$  и наставља да се креће по полусфери описујући круг у хоризонталној равни. Колика је сила притиска куглице на полусферу? При којој брзини куглица престаје да притиска полусферу? Трење је занемарљиво.
4. На екватору неке планете тежина тијела је дупло мања него на полу. Густина те планете је  $3000 \frac{kg}{m^3}$ . Колики је период ротације планете око своје осе?
5. Коцка и цилиндар се налазе на хоризонталној подлози, постављени једно уз друго, тако да се додирују. (слика2). Пречник цилиндра једнак је бочној страни коцке, а масе су им исте и износе по  $1kg$ . За све површине коефицијенти кинетичког трења (вриједност коефицијента трења при кретању) су  $\mu = 0,15$ . На коцку се дјелује силом од  $15\text{ N}$  и систем се креће на лијево. Која је минимална вриједност коефицијента статичког трења  $\mu_0$  између коцке и цилиндра таква да се ова два тијела крећу заједно на такав начин да кретање цилиндра остане чисто транслаторно?



У свим задацима гдје је потребно узети  $g = 10\text{ m/s}^2$ .

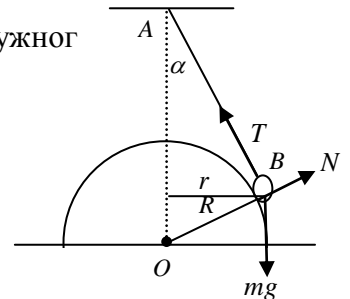
## РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА I РАЗРЕД

1. Једначине translације ваљка и ротације ваљка око своје осе су:  $ma = mg \sin \varphi - F_{tr}$  и  $\frac{mr^2}{2} \alpha = F_{tr} r$ . Како нема клизања, то је  $a = r\alpha$ , па се из претходних једначина може одредити убрзање центра масе ваљка:  $a = \frac{2}{3} g \sin \varphi$ . Брзина центра масе у тренутку  $t$  је:  $v = at = \frac{2}{3} gt \sin \varphi$ .

Кинетичка енергија ваљка је:  $E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mr^2\omega^2}{4}$ . Како нема клизања то је  $v = r\omega$ , па је  $E_k = \frac{3mv^2}{4} = \frac{mg^2 t^2 \sin^2 \varphi}{3} = 64J$ .

2. а) У референтном систему везаном за колица на тијело у хоризонталном правцу дјелује само инерцијална сила. Ако је  $a'$  убрзање тијела у односу на колица, онда је  $ma' = F_{in}$   
 $\Rightarrow ma' = ma$ . Тијело прелази пут једнак дужини колица па је  $t = \sqrt{2s/a'} = 1s$ .  
 б) У случају кад имамо трење једначина кретања је  $ma' = F_{in} - F_{tr} \Rightarrow ma' = ma - m\mu g$   
 $\Rightarrow a' = a - \mu g$ . Сада је  $t = \sqrt{2s/a'} = 1,41s$ .  
 в) Тијело неће склизнути са колца када је  $F_{in} \leq F_{tr} \Rightarrow \mu \geq a/g$ .

3. На слици су приказане силе које дјелују на куглицу. Једначина кружног кретања куглице у хоризонталној равни је:  $m \frac{v^2}{r} = T \sin \alpha - N \cos \alpha$ .



У вертикалном правцу куглица се не креће, одакле слиједи:  $T \cos \alpha + N \sin \alpha = mg$ . Из наведених једначина слиједи:

$$T \sin \alpha = m \frac{v^2}{r} + N \cos \alpha \quad \text{и} \quad T \cos \alpha = mg - N \sin \alpha, \quad \text{односно}$$

$$tg \alpha = \frac{mv^2 + rN \cos \alpha}{r(mg - N \sin \alpha)}. \quad \text{Како је троугао ABO правоугли, то је}$$

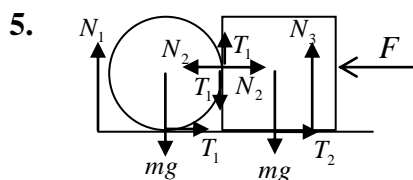
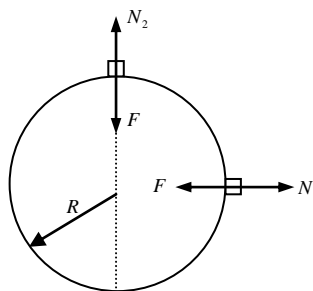
$$r = R \cos \alpha, \quad \text{па слиједи: } R \cos \alpha \cdot tg \alpha (mg - N \sin \alpha) = mv^2 + RN \cos^2 \alpha;$$

$$Rmg \sin \alpha - mv^2 = RN \cos^2 \alpha + RN \sin^2 \alpha. \quad \text{Дакле, сила притиска куглице на полусферу је}$$

$$N = \frac{m(Rg \sin \alpha - v^2)}{R}. \quad \text{Из добијене формуле види се да куглица не притиска полусферу}$$

$$\text{када је } v \geq \sqrt{Rg \sin \alpha}.$$

4. Тежина тијела има исти интензитет као сила реакције подлоге  $N$  (слика). На екватору тијело има централно убрзање, па је:  $mR\omega^2 = \gamma \frac{Mm}{R^2} - N_1$ , одакле је  $N_1 = \gamma \frac{Mm}{R^2} - mR\omega^2$ . На полу, тијело нема централно убрзање, па је:  $N_2 = \gamma \frac{Mm}{R^2}$ . Према услову задатка  $N_2 = 2N_1$ , па слиједи:  $\gamma \frac{Mm}{R^2} = 2mR\omega^2 = \frac{8\pi^2 mR}{T^2}$ , одакле је  $T = \sqrt{\frac{8\pi^2 R^3}{\gamma M}}$ . Како је  $M = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$ , слиједи  $T = \sqrt{\frac{6\pi}{\gamma\rho}} = 2h \ 42 \text{ min.}$



Цилиндар може да се креће без ротације уколико је момент силе  $T_1$ , кинетичке силе трења која дјелује у тачки у којој цилиндар додирује подлогу, компензован моментом силе статичког трења који дјелује у тачки у којој цилиндар додирује коцку. Сила онда има исти интензитет  $T_1$ . Други Њутнов закон по вертикали код цилиндра:  $N_1 = mg + T_1$  па је

$$T_1 = \mu(mg + T_1) \text{ односно } T_1 = \frac{\mu mg}{1 - \mu}. \text{ Код коцке: } N_3 + T_1 = mg \text{ па је } T_2 = \mu(mg - T_1)$$

У хоризонталном правцу важи:  $ma = F - T_2 - N_2$  и  $ma = N_2 - T_1$ . Сабирањем једначина имамо  $2ma = F - T_2 - T_1 \Rightarrow 2ma = F - \mu mg + \mu T_1 - T_1 \Rightarrow 2ma = F - \mu mg - T_1(1 - \mu)$

$$\Rightarrow 2ma = F - 2\mu mg \text{ па је } a = \frac{F}{2m} - \mu g \Rightarrow N_2 = T + ma_1 \Rightarrow N_2 = \frac{F}{2} + \frac{\mu^2}{1 - \mu} mg$$

$$\text{Услов да цилиндар не ротира је } \mu_0 N_2 \geq T_1 \text{ одакле слиједи } \mu_0 \geq \frac{\mu}{\mu^2 + \frac{(1 - \mu)F}{2mg}}$$

и коначно  $\mu_0 \geq 0,227$ .