

**27.РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (13. март 2021)**

I РАЗРЕД

1. Тијело је бачено из координатног почетка под неким углом у односу на хоризонталу у гравитационом пољу Земље. Уколико је тијело било на висини 20m и удаљено 5m од координатног почетка у тренутку $t = 1s$, одредити максималну висину коју ће тијело достићи током кретања и домет. За гравитационо убрзање узети $g = 10 \text{ m/s}^2$.

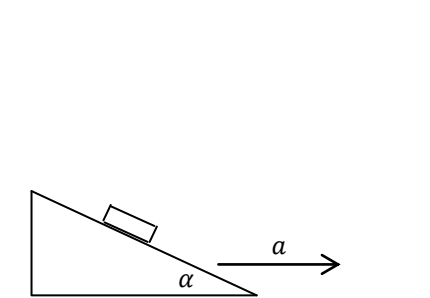
2. Материјална тачка почиње да се креће равномерно убрзано по кружници. Вектор укупног убрзања пребрише првих 30° за вријеме $t = 1,37s$. Одредити за које вријеме ће пребрисати још 30° .

3. На стрмој равни нагибног угла α , налази се мало тијело (слика 1). Стрма раван почне да се креће надесно хоризонталним убрзањем a . Одредите вриједност коефицијента трења μ , при којем ће тијело остати стационарно у односу на стрму раван. Гравитационо убрзање износи g .

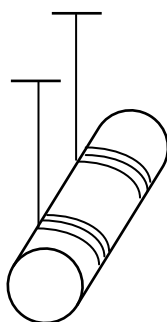
4. а) За плафон закачене су двије неистегљиве нити обмотане око хомогеног ваљка као на слици 2. Уколико нема проклизавања између нити и ваљка одредити убрзање ваљка и силе затезања нити. Маса ваљка и полупречник су m и R , док убрзање Земљине теже износи g .

б) Уколико умјесто двије имамо $2n$ нити (n природан број већи од 1), које су постављене на исти начин (као на слици 2), одредити убрзање ваљка као и силе затезања у функцији од n . Користити податке из првог дијела задатка.

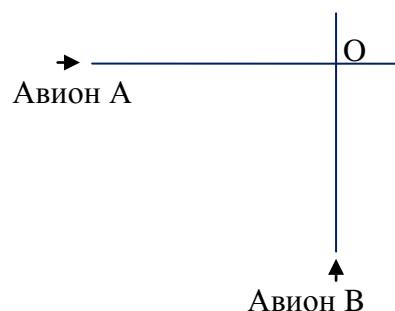
5. Два авиона крећу се дуж нормалних праваца у истој равни. У почетном тренутку растојање од тачке O износи 20km за авион А и 30km за авион Б. Нека се авион А креће константом брзином 800 km/h, а авион Б константном брзином 600km/h. Одредити минимално растојање између авиона током кретања.



Слика 1



Слика 2



Слика 3

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА I РАЗРЕД

1. Једначине кретањатијела у гравитационом пољу су: $x = v_x t$, $y = v_y t - gt^2/2$.

$x = v_0 t \cos \alpha$, $y = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$. Уврштавајући дате податке: $v_0 \cos \alpha = 5 \frac{m}{s}$, $v_0 \sin \alpha = 25 \frac{m}{s}$.

Квадрирајући и сабирајући ове једначине добијамо: $v_0^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = 650 \frac{m^2}{s^2}$, одакле је $v_0 = \sqrt{650} \frac{m}{s} \approx 25.5 \frac{m}{s}$. Замјеном у претходне једначине имамо

$\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{650}}$, $\sin \alpha = \frac{25}{\sqrt{650}}$. Коначно, максимална висина $h_0 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 31,2m$ и

домет $d = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = 25m$.

2. Материјална тачка која се креће по кружници има тангенцијално и нормално убрзање, која су одређена једначинама $a_n = \omega^2 R$, $a_t = \alpha R$. Како нам је познато да је кретање равномерно убрзано, то је $\omega = \alpha t$, $a_n = \alpha^2 t^2 R$. Из услова задатка је:

$\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{\omega^2 R}{\alpha R} = \alpha t^2$, одакле слиједи: $\alpha = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}{t^2}$, $\alpha \approx 0,31 \frac{\operatorname{rad}}{s^2}$. Питамо се за којег t , ће вектор укупног убрзања пребрисати још 30° . То добијамо из аналогне једначине: $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \alpha (t + \Delta t)^2$.

Комбинујући посљедње двије једначине, добијамо $\Delta t = t \left(\sqrt{\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}} - 1 \right) \approx 1s$.

3. Када се стрма равна почне кретати, на тијело ће дјеловати инерцијална сила ma на лијево. Распишимо други Њутнов закон по осама: $ma' = mg \sin \alpha - m \cos \alpha \pm F_{tr}$, $a' = 0$ гдје је a' убрзање тијела у односу на стрму равну (\pm стоји јер не знамо на коју страну би се тијело почело кретати). $N = mg \cos \alpha + m a \sin \alpha$, $F_{tr} \leq \mu N$ (статичко трење).

Коначно, $\mu \geq \pm \frac{g \sin \alpha - a \cos \alpha}{g \cos \alpha + a \sin \alpha} = \frac{|g \sin \alpha - a \cos \alpha|}{g \cos \alpha + a \sin \alpha}$.

4. а) Други Њутнов закон за ротационо кретање: $\Sigma M = I \beta$. Сила Земљине теже не прави никакав момент силе па је: $2TR = I \beta$. Како нема проклизавања то је $\beta = \frac{a}{R}$. Момент инерције хомогеног ваљка око осе ротације која пролази кроз његов центар: $I = \frac{mR^2}{2}$. Други Њутнов закон: $ma = mg - 2T$, те је $T = \frac{ma}{4}$. Коначно, $a = \frac{2}{3}g$, односно $T = \frac{mg}{6}$.

б) Уколико имамо $2n$ нити убрзање ће остати исто (по првом дијелу задатка), али ће силе затезања попримити облик: $T(n) = \frac{ma}{4n} = \frac{mg}{6n}$.

5. Идеја задатка је прећи у референтни систем у коме један од авиона мирује. Ради једноставности, изабраћемо да авион Б мирује и из тог система ћемо разматрати њихово узајамно кретање. Дакле, авион Б ће остати на удаљености од $s_b = 30km$ од тачке В, али зато нова брзина авиона А износи: $v^2 = v_a^2 + v_b^2$, $v = 1000 \frac{km}{h}$. Дакле, из референтног система везаног за авион Б, авион А се креће по „дијагонали“ (дуж AD). Најмање растојање између њих (z) је када је то растојање нормално на трајекторију коју види пилот из авиона Б. Како су дати троуглови слични (исти унакрсни угао, и оба имају угао од 90°), тада једноставним рачуном се добијају релевантне величине на слици:

$$x = BD, s_a = 20km, \frac{AB}{BD} = \frac{s_a}{x} = \frac{v_a t_1}{v_b t_1},$$

$x = 15\text{km}$, $s_b = x + CD$, $\frac{AD}{AB} = (s_b - x) \frac{1}{z} = \frac{vt_2}{v_a t_2}$, одакле је $z = 12\text{km}$.

