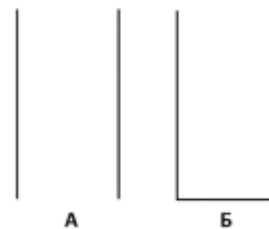


**27. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (13. март 2021)**

**III РАЗРЕД**

1. На слици су приказане двије цијеве једнаких дужина. Цијев А је отворена на оба краја, а цијев Б је на једном крају затворена.



а) Доцртај на слици како изгледају стојећи таласи који приказују прве хармонике у обе цијеве. б) Ако је фреквенција основног тона стуба А 512 Hz, израчунати дужину стуба. За брзину звука у ваздуху узмите  $325 \frac{m}{s}$ .

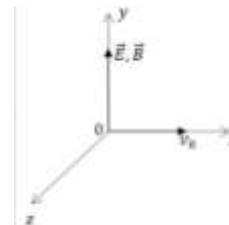
в) Зашто су оргуље обично дизајниране тако да су цијеве за производњу звука ниских фреквенција (узми за примјер фреквенцију 32 Hz) обично затворене на једном крају?

2. Хан Соло, јунак познате филмске франшизе „Star wars“ због квара на свом свемирском броду „Миленијумском соколу“, принуђен је да се спусти на њему непознату планету. Прије него што се искључио због квара, бродски компјутер му је саопштио да је полупречник планете  $R = 6400 \text{ km}$  и у том тренутку се изгасио. Хан Солоа занима коликом брзином треба лансирати тијело да изађе изван орбите дате планете и не буде њен сателит. Ова брзина назива се Друга космичка брзина (eng. escape velocity). Пошто је Хан био пажљив на часовима физике, знао је да нема довољно података, па је узео једну хомогену металну куглицу и окачио је о лак, неистегљив конац, чију је дужину могао да мијења по потреби. Пустио је куглицу да осцилује у вертикалној равни и мјерио је зависност периода куглице од дужине конца, за пет различитих дужина. Податке је средио у приложеној табели. Сада је Хан имао довољно података да процијени колика брзина му је потребна да „побјегне“ од гравитационог утицаја планете на којој се налази „насукан“, а знаћете и ви ако будете пратили наредна упутства:

$l(m)$	$T(s)$
0,1	0,63
0,2	0,90
0,3	1,10
0,4	1,27
0,5	1,42

а) Израчунај средњу вриједност убрзања слободног пада на површини непознате планете на основу дате табеле и заокружи је на три значајне цифре. Израчунај апсолутну и релативну грешку мјерења, и прикажи правилно резултат мјерења. Све релевантне податке прикажи табеларно. б) Скицирај график зависности квадрата периода осциловања куглице од дужине конца. в) Процијени Другу космичку брзину за дату планету. Гравитациона константа је  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$ . Отпор ваздуха при кретању тијела занемарити, и узети да је дата планета сферног облика.

3. Врх игле машине за шивење врши хармонијско осцилаторно кретање у правцу  $x$  – осе фреквенцијом  $2,50 \text{ Hz}$ . У тренутку  $t = 0$ , положај и пројекција брзине врха игле на  $x$  – осу износе  $+1,10 \text{ cm}$ , односно  $-15,0 \text{ cm/s}$  (подразумијева се да је средишњи положај игле током осциловања одређен координатом  $x = 0$ ). Написати једначину кретања  $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$  врха игле и законе зависности брзине и убрзања од времена  $v(t)$  и  $a(t)$ .



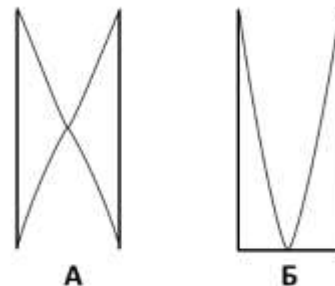
4. Из координатног почетка О области у којој дјелују хомогена поља дуж  $y$  – осе, електрично поље  $E$  и магнетно индукције  $B$ , излијеће честица масе  $m$  и наелектрисања  $q$  брзином  $v_0$  у смјеру  $x$  осе. Одреди координату  $y_n$  честице у тренутку када она  $n$  – ти пут пресеца  $y$  – осу, као и угао између правца брзине честице и  $y$  – осе у том тренутку.

5. Магнетна резонанца (МР) има велику примјену у медицинској дијагностици. Приликом снимања, тијело пацијента се поставља у МР уређај са снажним хомогеним магнетним пољем индукције  $1,5 \text{ T}$ . Магнетно поље потиче од великог соленоида, дужине  $l = 1,5 \text{ m}$  и пречника  $d = 0,5 \text{ m}$ , у чијој унутрашњости је смјештен пацијент. а) Израчунати енергију  $E$  магнетног поља унутар МР уређаја. Магнетна пропустљивост вакуума је  $4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$ . б) Ако приликом снимања кроз соленоид протиче електрична струја јачине  $100 \text{ A}$ , израчунати индуктивност соленоида. в) Којом брзином треба да се креће аутомобил масе  $1000 \text{ kg}$  да би имао кинетичку енергију  $E$ ?

## РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА III РАЗРЕД

1. а) Стојећи таласи који приказују први хармоник код цијеви отворене на оба краја (А) и цијеви затворене на једном крају (Б) приказани су на слици

б) За цијев отворену на оба краја, са слике се види да је дужина цијеви једнака половини таласне дужине првог хармоника, па је  $\lambda = 2L$ . Из  $c = v\lambda$  добијамо  $\lambda = \frac{c}{v} = 2L$  па је  $L = \frac{c}{2v} = 0,317 \text{ m}$ .



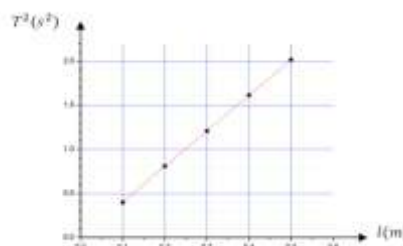
в) Може се израчунати из претходне формуле да би за производњу тона фреквенције 32 Hz била потребна цијев од преко 5 m, ако бисмо користили цијев отворену на оба краја. С друге стране, пошто је код цијеви затворене на једном крају  $\lambda = 4L$ , па је  $L = \frac{c}{4v}$ , можемо закључити да је за

производњу истог тона потребна цијев дупло мање дужине. То би био основни разлог кориштења цијеви затворене на једном крају.

2. а) Јасно је да је у задатку кориштено математичко клатно, за чији период важи формула

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ , одакле добијамо  $g = 4\pi^2 l / T^2$ . Сређена табела на основу мјерења је:

$l(\text{m})$	$T(\text{s})$	$T^2(\text{s}^2)$	$g(\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$	$g_{sr}(\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$	$\Delta g(\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$
0,1	0,63	0,3969	9,94	9,80	0,14
0,2	0,90	0,81	9,74		0,06
0,3	1,10	1,21	9,78		0,02
0,4	1,27	1,6129	9,78		0,02
0,5	1,42	2,0164	9,78		0,02



б) Дакле, средња вриједност је  $g_{sr} = 9,80 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , максимална апсолутна грешка  $\Delta g_{max} = 0,14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , док је релативна грешка  $\delta g = \frac{\Delta g_{max}}{g_{sr}} = \frac{0,14}{9,80} = 1,43\%$ . Резултат мјерења је  $g = (9,80 \pm 0,14) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

в) Израз за Другу космичку брзину се може извести из закона о одржању енергије:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{\gamma Mm}{R} = 0$$

гдје је  $M$  маса планете,  $m$  маса тијела,  $R$  полупречник планете, а  $v$  тражена брзина.

Практично, тражена брзина је једнака брзини којом би тијело из бесконачности, пало на планету. Одавде добијамо:

$$v = \sqrt{2\frac{\gamma M}{R}} = \sqrt{2gR} = 11,2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

3. Најлакше је прво одредити кружну фреквенцију  $\omega = 2\pi\nu = 15,7 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ .

Како је закон промјене елонгације од времена дат са  $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ , онда важи

$v(t) = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_0)$ ,  $a(t) = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0)$ , па закључујемо:

$x(t=0) = 1,10 \text{ cm} = A\cos\varphi_0$  и  $v(t=0) = -15,0 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = -A\omega\sin\varphi_0$ , из чега слиједи

$$A^2\cos^2\varphi_0 + A^2\sin^2\varphi_0 = x^2(0) + \frac{v^2(0)}{\omega^2} \text{ и } A = \sqrt{x^2(0) + \frac{v^2(0)}{\omega^2}} = 1,46 \text{ cm}.$$

Почетну фазу  $\varphi_0$  можемо одредити из  $\varphi_0 = \arctg\left(\frac{-v(0)}{\omega x(0)}\right) = 0,715 \text{ rad}$ , па је:

$$x(t) = 1,46 \cos(15,7t + 0,715) \text{ (cm)}$$

$$v(t) = -22,9 \sin(15,7t + 0,715) \left(\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)$$

$$a(t) = -359,9 \cos(15,7t + 0,715) \left(\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}\right)$$

4. По условима задатка, на честицу у правцу  $y - \text{осе}$  дјелује електрично поље, услијед чега честица у том правцу има убрзање  $a = qE/m$ , док у  $xz$  равни дјелује Лоренцова сила  $F_L = qv_0B$ , услијед које се пројектовано на ту равну честица креће сталном брзином  $v_0$  по кружној путањи. Период обиласка једног круга је  $T = \frac{2\pi r}{v_0}$ , а како важи  $\frac{mv_0^2}{r} = qv_0B$  слиједи да је  $T = 2\pi m/qB$ .

Честица ће пресијећи  $n - \text{ти}$  пут  $y - \text{осу}$  након што направи  $n$  обртаја у равнима нормалним на правац магнетног поља, па ће након  $n$  обртаја њена у координата бити:

$$y_n = \frac{at^2}{2} = (qEt^2)/2m, \text{ а како је } t = nT, \text{ важи да је } y_n = \frac{qE \left(\frac{n2\pi m}{qB}\right)^2}{2m} \text{ тј.}$$

$$y_n = n^2 \frac{2\pi^2 mE}{qB^2}$$

Угао  $\varphi$  између правца брзине честице и  $y - \text{осе}$  одређен је једначином:

$$\text{tg} \varphi = \frac{v_0}{v_y} = \frac{v_0}{at} = \frac{v_0}{\frac{qE}{m} n \frac{2\pi m}{qB}}$$

Одакле се добије  $\varphi = \text{arctg} \left( \frac{Bv_0}{n2\pi E} \right)$ .

5. Густина енергије магнетног поља је  $w = B^2/2\mu_0$ , а запремина соленоида

$$\frac{V = d^2 \pi l}{4}, \text{ одакле се добија енергија магнетног поља } E = wV = \frac{B^2 d^2 \pi l}{8\mu_0} = 263,7 \text{ kJ.}$$

б) Енергија  $E$  је, заправо, енергија соленоида  $E = LI^2/2$ , одакле се добија

$$L = \frac{2E}{I^2} = 52,7 \text{ H.}$$

в) Брзина којом треба да се креће аутомобил масе 1000 kg да би имао кинетичку енергију  $E$  је

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 23 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$