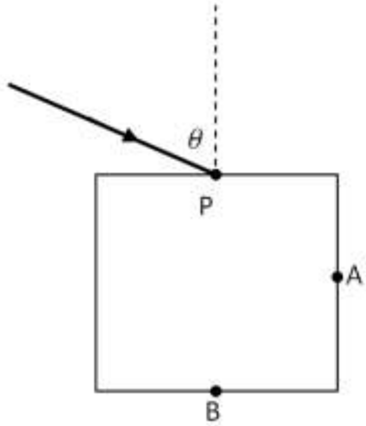
27. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (15. мај 2021)

III РАЗРЕД

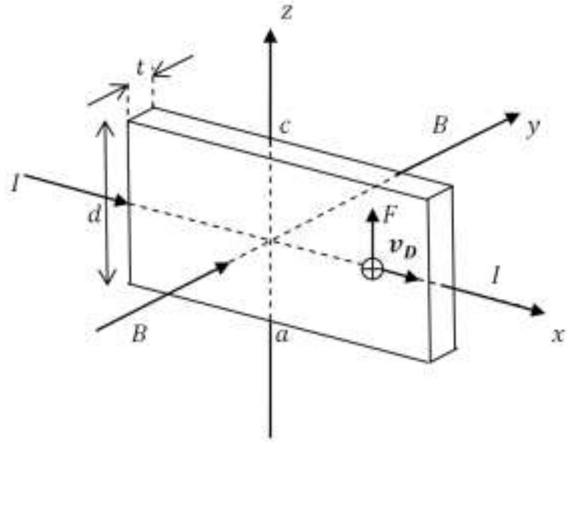
1. Прстен од бакра унутрашњег пречника $2{,}54000\ cm$ има масу $20\ g$ и температуру $0^{\circ}C$. Сфера од алуминијума пречника $2{,}54508\ cm$ је на температури $100^{\circ}C$. Ако сферу ставимо на отвор прстена и пустимо их да дођу у термалну равнотежу (занемарујући размјену топлоте са околином), сфера ће пропасти кроз прстен тачно када дођу до равнотежне температуре. Колика је маса сфере? Коефицијент линеарног топлотног ширења за бакар је $\alpha_B = 17 \cdot 10^{-6} \frac{1}{°C}$, а коефицијент линеарног топлотног ширења за алуминијум је $\alpha_A = 23 \cdot\ 10^{-6} \frac{1}{°C}$. Специфични топлотни капацитет бакра је $c_B = 386\ \frac{J}{kg \cdot K}$, док је специфични топлотни капацитет алуминијума $c_A = 900\ \frac{J}{kg \cdot K}$.



2. Претпоставимо да кишне капи имају квадратни попречни пресјек и увијек падају тако да им је једна страна хоризонтална. На слици је дата једна таква кап на коју у тачки P пада сноп бијелих сунчевих зрака под углом од $70{,}000^{\circ}$. Дио свјетлости која уђе у кишну кап путује у тачку A, гдје се дио опет прелама у ваздух, док се дио рефлектује ка тачки B и ту се прелама у ваздух. Ако је апсолутни индекс преламања плаве свјетлости $n_p = 1{,}343$, а апсолутни индекс преламања црвене свјетлости $n_c = 1{,}331$, колика би била угаона ширина дуге коју бисте примијетили на излазу из тачке A, а колика на излазу из тачке B? (Напомена: *све углове рачунати на 5 значајних цифара.*)

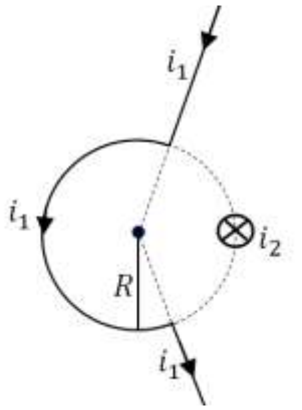
3. Звучни извор чија је сопствена фреквенција $\nu_0 = 1{,}8\ kHz$ креће се равномјерно по правој која је на растојању $l = 250\ m$ од непокретног посматрача. Брзина извора износи $k = 80\%$ брзине звука, чију вриједност не знамо. Наћи: а) фреквенцију звука коју чује посматрач у тренутку када се извор нађе на најкраћем растојању од њега. б) растојање између извора и посматрача у тренутку када посматрач чује звук фреквенције $\nu = \nu_0$.

4. Када се проводник кроз који протиче струја постави у хомогено магнетно поље чији је правац магнетне индукције нормалан на смјер протицања струје, у проводнику се у правцу нормалном на смјер протицања струје и на магнетну индукцију појави разлика потенцијала. Овај ефекат познат је као Холов ефекат и он се, између осталог, користи да се одреди знак и густина носилаца електричне струје у полупроводничким чиповима. Посматрајмо полупроводничку плочицу дебљине t и ширине d кроз који протиче

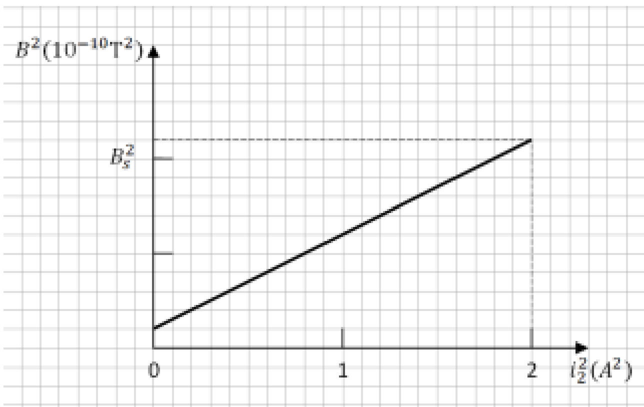


електрична струја I у позитивном смјеру x осе (види слику), при чему се носиоци струје крећу брзином v_D, која се још назива *брзина дрифта*. Униформно магнетно поље индукције B усмјерено је ка позитивном дијелу y осе. Ако су носиоци наелектрисања позитивни, Лоренцова сила дјелује на њих у смјеру осе z. Позитивна наелектрисања акумулирају се на горњој површини плочице, услед чега се формира вертикално хомогено електрично поље, усмјерено ка негативном смеру z-осе. Када се акумулира довољна количина наелектрисања створи се равнотежа између електричне и магнетне силе и струја протиче без скретања. Тада можемо измјерити Холов напон $U_H = \varphi_c - \varphi_a$ и израчунати густину носиоца наелектрисања. *а)* Ако су носиоци струје негативни, како треба да се крећу па да Холов напон буде негативан? Одређивањем знака носиоца струје из Холовог напона, узорак се може окарактерисати као п − тип или н − тип. *б)* Одреди број наелектрисања по јединици запремине n у функцији I, B, t, U_H и наелектрисања q које носи један носиоц електричне струје. *в)* Сада посматрамо један натријумов проводник. При мјерењу Холовог ефекта у овом проводнику, јачина попречног поља (дуж осе z) била је $E = 5{,}0\ \frac{\mu V}{cm}$, при густини струје $j = 200\ \frac{A}{cm^2}$ и индукцији магнетног поља $B = 1{,}00\ T$. Израчунати концентрацију проводних електрона и њен количник са концентрацијом атома у датом проводнику. Густина натријума је приближно $1\ \frac{g}{cm^3}$, а моларна маса $M = 23 \frac{g}{mol}$. Авогадров број $N_A = 6 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$.

5. Жица 1 на слици $(а)$ се састоји од кружног дијела и два праволинијска дијела чији правци пролазе кроз центар кружног дијела и кроз њу протиче струја $i_1 = 0{,}50\ A$ у смјеру како је и приказано на слици. Жица 2 је дуга и права, и кроз њу протиче струја чија вриједност може да варира, усмјерена од нас ка папиру, као што је на слици и приказано. Удаљеност жице 2 од центра кружног дијела жице 1 једнака је полупречнику R кружног дијела жице 1. Ове двије струје производе магнетно поље укупне индукције B у центру кружног дијела и на графику (б) је дата зависност квадрата укупне магнетне индукције B^2 од квадрата јачине струје i_2^2. Вертикална оса је подешена на $B_s^2 = 10{,}0\ \cdot 10^{-10} T^2$. Нађи угао који захвата кружни дио жице 1. (Узети да је $\mu_0 = 4\pi \cdot\ 10^{-7}\ \frac{Tm}{A}$)



(б)



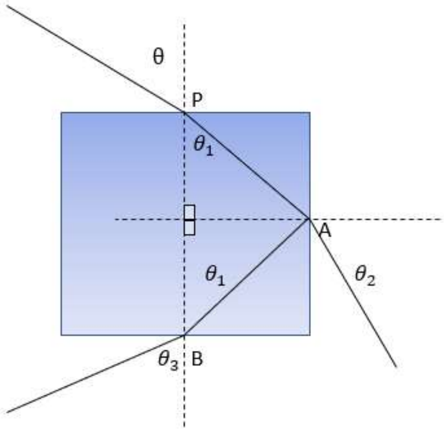
(*а*)

Задатке припремио: Доброслав Слијепчевић
Рецензент: Проф. др Милан Пантић, ПМФ Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА III РАЗРЕД

1. Пречници сфере и прстена, након успостављања равнотеже су: $d_s = d_{s0}[1 + \alpha_A(t_r - t_A)]$ и $d_p = d_{p0}[1 + \alpha_B(t_r - t_B)] = d_{p0}[1 + \alpha_B(t_r)]$, гдје су $d_{s0} = 2{,}54508\ cm$ почетни пречник алуминијумске сфере, $d_{p0} = 2{,}54000\ cm$ почетни пречник бакарног прстена, $t_A = 100^\circ C$ је почетна температура кугле, а $t_B = 0^\circ C$ почетна температура прстена. Како важи $d_s = d_p$, добијамо: $t_r = \frac{d_{s0} - d_{p0} - d_{s0}\alpha_A t_A}{d_{p0}\alpha_B - d_{s0}\alpha_A} = 50{,}4^\circ C$**.** Из једначине топлотне равнотеже:

$m_p c_B(t_r - t_B) = m_s c_A(t_A - t_r)$**,** слиједи да је $m_s = \frac{m_p c_B(t_r - t_B)}{c_A(t_A - t_r)} = 8{,}7\ g$**.**

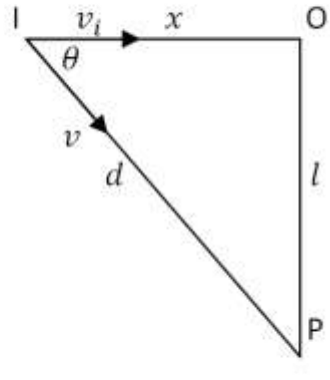


2. Са слике се види да су преломни угао θ_1 у тачки P и упадни угао у тачки A комплементарни, па је упадни угао у тачки A једнак $90^\circ - \theta_1$. Наравно, угао θ_1 се мало разликује за црвену и плаву свјетлост, па се мора тражити појединачно за обје. Пишемо Шнелов закон за тачку P за црвену свјетлост (уз $n = 1$, за ваздух): $n sin\theta = n_c sin\theta_{1c}$**,** одакле је $\theta_{1c} = arcsin\frac{nsin\theta}{n_c} = 44{,}911^\circ$ Аналогним поступком за плаву свјетлост добијамо $\theta_{1p} = arcsin\frac{nsin\theta}{n_p} = 44{,}403^\circ$**.** Упадни угао у тачки P за црвену свјетлост тада је $90^\circ - \theta_{1c} = 45{,}089^\circ$**,** док је упадни угао у тачки P за плаву свјетлост

$90^\circ - \theta_{1p} = 45{,}597^\circ$**.**

Сад пишемо Шнелов закон за преламање из капи у ваздух у тачки A за црвену и плаву свјетлост:

$n_c \sin(90^\circ - \theta_{1c}) = nsin\theta_{2c}$, одакле је $\theta_{2c} = \arcsin\left[\frac{n_c \sin(90^\circ - \theta_{1c})}{n}\right] = 70{,}496^\circ$. Аналогно се добија за плаву свјетлост $\theta_{2p} = \arcsin\left[\frac{n_p \sin(90^\circ - \theta_{1p})}{n}\right] = 73{,}635^\circ$**.** Коначно, угаона ширина дуге је разлика ова два угла $\Delta\theta = \theta_{2p} - \theta_{2c} = 3{,}139^\circ$**.** б) Довољно је закључити да је симетрија проблема таква да су упадни углови за тачку B једнаки преломним угловима у тачки P, због закона о одбијању свјетлости у тачки A. Тада ће Шнелов закон примијењен на тачку B дати опет почетних 70° и за црвену и за плаву свјетлост, па дуге неће ни бити**.**



3. a) Извор и посматрач P су на најкраћем растојању када се извор налази у тачки O. Пошто је брзина звука коначна, фреквенција коју посматрач чује у том тренутку емитована је раније, када се извор налазио у тачки I. Нека је брзина звука v, а брзина извора v_i. Ово је ситуација када се извор приближава посматрачу брзином $v_i \cos\theta$, па ће фреквенција коју ће чути посматрач, због Доплеровог ефекта, бити: $\nu = \nu_0 \frac{v}{v - v_i cos\theta}$ $= \nu_0 \frac{v}{v - kvcos\theta} = \nu_0 \frac{1}{1 - kcos\theta}$. Вриједност $cos\theta$ можемо наћи из чињенице да звук за исто вријеме пређе растојање d брзином v за које извор пређе растојање x, крећући се брзином v_i, па је $d/v = x/v_i$ одакле је $cos\theta = \frac{x}{d} = \frac{v_i}{v} = k$. Замјеном $cos\theta$ са $k = 0{,}8$ добијамо: $\nu = \nu_0 \frac{1}{1-k^2} = 5\ kHz$. б) Ако је звук који чује посматрач исте фреквенције као емитовани звук ($\theta = 90^\circ$), то значи да се у моменту емитовања извор налазио у тачки О, на растојању l од посматрача, док је временски интервал од момента емитовања до момента пријема звука $t = \frac{l}{v}$. За то вријеме, извор пређе растојање $x = v_i t = v_i \frac{l}{v} = kl$. Тражено растојање између извора и посматрача је $d = \sqrt{x^2 + l^2} = l\sqrt{k^2 + 1^2} = 320\ m$.

4. *а)* Ако су носиоци електричне струје негативни, треба да се крећу ка негативном дијелу x осе. Тада ће их Лоренцова сила помјерати ка тачки c чиме се обезбјеђује да је Холов напон негативан, док је формирано електрично поље усмјерено ка позитивном дијелу z осе **.**

б) Из услова равнотеже електричне и Лоренцове силе имамо $qE = qv_D B$ одакле налазимо брзину дрифта $v_D = \frac{E}{B}$**,** док је електрично поље могуће изразити преко $E = \frac{U_H}{d}$ тако да је брзина дрифта дата са $v_D = \frac{U_H}{dB}$**.** Густина електричне струје је $j = \frac{I}{S} = \frac{I}{dt}$**.** Такође за j важи сљедећа формула: $j = qnv_D$**.** Комбинујући последње формуле имамо $qnv_D = \frac{I}{dt}$, одакле је $v_D = \frac{I}{qndt}$, па је коначно $\frac{U_H}{dB} = \frac{I}{qndt}$ и $\boxed{n = \frac{IB}{qtU_H}}$.

в) Искористићемо горње једначине да повежемо j, B, E и n_e. $j = \frac{qn_e E}{B} \to n_e = \frac{jB}{qE} = 2{,}5 \cdot 10^{28}$ m^{-3} (уз напомену да се поени дају само за тачан резултат!). Концентрацију атома натријума наћи ћемо као $n_{Na} = \frac{N}{V} = \frac{m\rho N_A}{Mm} = \frac{\rho N_A}{M} = 2{,}6 \cdot 10^{22}\ cm^{-3} = 2{,}6 \cdot 10^{28}\ m^{-3}$**,** (опет уз напомену да се поени дају само за тачан резултат!). Можемо закључити да скоро на сваки атом иде по један проводни електрон.

5. Укупна вриједност магнетне индукције B у траженој тачки дата је са:

$B^2 = B_1^2 + B_2^2 = (\frac{\mu_0 i_1 \varphi}{4\pi R})^2 + (\frac{\mu_0 i_2}{2\pi R})^2$**.** Ако ову једначину упоредимо са општом линеарном једначином $y = kx + n$, тада члан $(\frac{\mu_0 i_1 \varphi}{4\pi R})^2$ на графику представља одсјечак на вертикалној оси n, када је вриједност струје i_2 једнака нули, док је члан $(\frac{\mu_0}{2\pi R})^2$ заправо коефицијент правца дате праве k. Са датог графика видимо да један подиок по вертикалној оси износи $1 \cdot 10^{-10} T^2$, па лако налазимо коефицијент правца праве $k = \frac{10 \cdot 10^{-10} T^2}{2A^2} = 5 \cdot 10^{-10} \frac{T^2}{A^2}$**,** одакле лако налазимо $R = \frac{\mu_0}{2\pi\sqrt{k}} = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{\sqrt{5 \cdot 10^{-10}}} m = 8{,}9 \cdot 10^{-3}\ m$**.**

Из $n = 1 \cdot 10^{-10} T^2 = (\frac{\mu_0 i_1 \varphi}{4\pi R})^2$ добијамо тражени угао:

$$\varphi = \frac{4\pi R\sqrt{n}}{\mu_0 i_1} = \frac{4\pi \cdot 8{,}9 \cdot 10^{-3}\ m\ \sqrt{1 \cdot 10^{-10} T^2}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 0{,}50\ A} = 1{,}78\ rad\ \textbf{.}$$