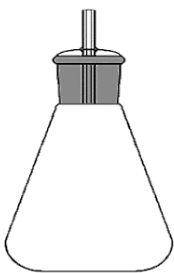
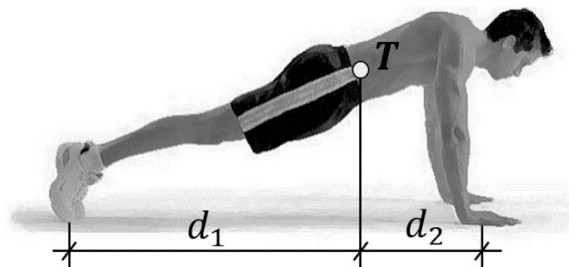


VIII РАЗРЕД

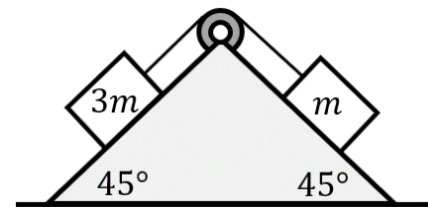
1. Пикнометар је стаклена посуда са тачно дефинисаном запремином намјењена мјерењу густине течности. Пикнометар има уско грло које се затвара стакленим чепом, а чеп по средини има узак канал кроз који, при затварању, истиче вишак течности (слика 1). На тај начин је запремина течности у пикнометру иста без обзира о којој течности је ријеч. При експерименту одређивања густине непознате течности измјерени су следећи подаци: маса празног пикнометра  $m_p = 30,1 \text{ g}$ , маса пикнометра са водом  $m_{p+v} = 81,5 \text{ g}$ , маса пикнометра са непознатом течношћу  $m_{p+t} = 70,7 \text{ g}$ , густина воде  $\rho_0 = 999,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Колико износи густина непознате течности?
2. *Rimac Nevera* је електрични аутомобил који има највеће убрзање на свијету, од  $0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  до  $v = 300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  стиже за невјероватних  $t_{\text{acc}} = 9,3 \text{ s}$ . Поред тога, посједује и напредну технологију кочења која му омогућава заустављање са константним успорењем од  $a_{\text{stop}} = 1,2g$ . На тестној стази *Nevera* пролази тест на коме полазећи из стања мировања убрзава до брзине  $v$ , а одмах потом кочи све до заустављања. Одредити (а) укупно вријеме кретања *Nevere* на тесту  $t$ , (б) укупан пут који пређе  $s$  и (в) средњу брзину кретања  $v_{\text{sr}}$ .
3. Дрон се подиже вертикално увис константном брзином  $v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . У тренутку када се нашао на висини  $h = 30,5 \text{ m}$  због квара на батерији изненада му се заустављају погонски мотори. Одредити вријеме  $t$  које дрон проведе у ваздуху након квара прије него што падне на земљу.
4. Петар ради склек и одлучио је да направи паузу у положају приказаном на слици 2. Он се на подлогу ослања длановима обе руке и врховима прстију оба стопала. Лијева и десна рука, као и лијева и десна нога су му симетрично постављене у односу на осу симетрије људског тијела. Петрова маса износи  $m = 85 \text{ kg}$ , а са  $T$  је на слици означена тачка тежишта његовог тијела. Приказана растојања  $d_1$  и  $d_2$  су позната и имају вриједности:  $d_1 = 98 \text{ cm}$  и  $d_2 = 42 \text{ cm}$ . Израчунати силу којом подлога дјелује (а) на сваки Петров длан и (б) прсте сваког Петровог стопала.
5. Два мала блока масе  $3m$  и  $m$  су везана лаком и неистегљивом нити преко котура занемарљиве масе. Блокови су постављени на непокретну тространу призму као што је приказано на слици 3. Коefицијент трења између блокова и подлоге је  $\mu$ . (а) Извести израз за убрзање блокова  $a$ . (б) Одредити максималан коefицијент трења  $\mu = \mu_{\text{max}}$  при којем је кретање блокова још увијек могуће. (в) Ако коefицијент трења може да узме вриједност из интервала  $0,25 \leq \mu \leq \mu_{\text{max}}$  одредити максимално убрзање блокова  $a_{\text{max}}$ .



Слика 1.



Слика 2.



Слика 3.

**Напомена:** у рјешавању задатака користити да је убрзање Земљине теже  $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА VIII РАЗРЕД

1.  $m_p = 30,1 \text{ g}$ ,  $m_{p+v} = 81,5 \text{ g}$ ,  $m_{p+t} = 70,7 \text{ g}$ ,  $\rho_0 = 999,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $\rho = ?$

Како је запремина течности у пикнометру увијек иста, важи да је  $V_v = V_t$  (1). Маса воде у пикнометру је  $m_v = m_{p+v} - m_p$  (2), па је њена запремина  $V_v = \frac{m_v}{\rho_0}$  (3). Аналогно претходном маса непознате течности у пикнометру ће бити  $m_t = m_{p+t} - m_p$  (4), а њена запремина  $V_t = \frac{m_t}{\rho}$  (5). Замјеном израза (2) у (3) и (4) у (5) те на основу (1) слиједи да је густина непознате течности  $\rho = \frac{m_{p+t} - m_p}{m_{p+v} - m_p} \rho_0$  односно  $\rho = 789,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

2.  $v = 300 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 83,34 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,  $t_{\text{acc}} = 9,3 \text{ s}$ ,  $a_{\text{stop}} = 1,2g = 11,77 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ,  $t = ?$ ,  $s = ?$ ,  $v_{\text{sr}} = ?$

Кретање *Nevere* можемо подијелити на два дијела: равномјерно убрзано, од брзине  $v_0 = 0$  до брзине  $v$ , и равномјерно успорено од брзине  $v$  до заустављања.

(а) Први дио пута *Nevere* прелази за вријеме  $t_{\text{acc}}$ . На другом дијелу пута успорава успорењем интензитета:  $a_{\text{stop}} = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{v}{t_{\text{stop}}}$ , одакле добијамо да је:  $t_{\text{stop}} = \frac{v}{a_{\text{stop}}}$ , односно  $t_{\text{stop}} = 7,08 \text{ s}$ . Укупно вријеме кретања *Nevere* на тесту је:  $t = t_{\text{acc}} + t_{\text{stop}}$ , или замјеном бројних вриједности  $t = 16,38 \text{ s}$ .

(б) Убрзање *Nevere* на првом дијелу пута износи:  $a_{\text{acc}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{t_{\text{acc}}}$  (1), а пут који пређе је:  $s_{\text{acc}} = \frac{1}{2} a_{\text{acc}} t_{\text{acc}}^2$  (2). Замјеном (1) у (2) добијамо:  $s_{\text{acc}} = \frac{1}{2} v t_{\text{acc}}$ , односно  $s_{\text{acc}} = 387,53 \text{ m}$ . Пут који *Nevere* прелази на другом дијелу пута је:  $s_{\text{stop}} = v t_{\text{stop}} - \frac{1}{2} a_{\text{stop}} t_{\text{stop}}^2$ , односно замјеном бројних вриједности:  $s_{\text{stop}} = 295 \text{ m}$ . Укупан пут који пређе *Nevere* на тесту је:  $s = s_{\text{acc}} + s_{\text{stop}}$ , тј. замјеном бројних вриједности  $s = 682,53 \text{ m}$ .

(в) Средња брзина кретања *Nevere* је  $v_{\text{sr}} = \frac{s}{t}$  односно  $v_{\text{sr}} = 41,67 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 150 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

3.  $v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,  $h = 30,5 \text{ m}$ ,  $t = ?$

Укупно вријеме које дрон проведе у ваздуху је збир времена подизања од висине  $h$  па до неке висине  $H$  на којој се дрон зауставља и времена слободног пада са висине  $H$ . Вријеме које протекне током подизања дрона је:  $t_1 = \frac{v}{g}$ , односно:  $t_1 = 0,51 \text{ s}$ . Максимална висина у односу на почетну  $h$  на коју дрон доспије је:  $h_{\text{max}} = \frac{v^2}{2g}$ , односно:  $h_{\text{max}} = 1,27 \text{ m}$ . Након што дрон достигне највишу тачку своје путање он

слободно пада са висине:  $H = h + h_{\text{max}}$ . Вријеме трајања слободног пада је  $t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ , односно  $t_2 =$

$\sqrt{\frac{2(h+h_{\text{max}})}{g}}$ , или замјеном бројних вриједности:  $t_2 = 2,54 \text{ s}$ . Укупно вријеме које дрон проведе у ваздуху након квара на батерији, а непосредно прије него што падне на земљу је:  $t = t_1 + t_2$ , одакле добијамо:  $t = 3,05 \text{ s}$ .

4.  $m = 85 \text{ kg}$ ,  $d_1 = 98 \text{ cm} = 0,98 \text{ m}$ ,  $d_2 = 42 \text{ cm} = 0,42 \text{ m}$ ,  $F_{\text{dlan}} = ?$ ,  $F_{\text{stopalo}} = ?$

Када се Петар нађе у положају за склек његова тежина,  $Q = mg$  (1), се равномјерно распоређује на његову лијеву и десну руку, односно лијеву и десну ногу тако да важи:  $2F_{\text{dlan}} + 2F_{\text{stopalo}} = Q$  (2). Услов равнотеже момената у односу на тачку ослонца у прстима стопала гласи:  $Qd_1 = 2F_{\text{dlan}}(d_1 + d_2)$  (3).

(а) Замјеном (1) у (3) добијамо силу којом подлога дјелује на Петрове дланове као:  $F_{\text{dlan}} = \frac{mgd_1}{2(d_1 + d_2)}$  (4)

односно:  $F_{\text{dlan}} = 291,85 \text{ N} \approx 290 \text{ N}$ .

(б) Замјеном (4) у (2) добијамо силу којом подлога дјелује на прсте Петровог стопала као:

$F_{\text{stopalo}} = \frac{mgd_2}{2(d_1 + d_2)}$  односно:  $F_{\text{stopalo}} = 125,08 \text{ N} \approx 125 \text{ N}$ .

5.  $3m, m, \mu, g, a = ?, \mu_{\max} = ?, a_{\max} = ?$

(а) Уколико кретање блокова постоји, блок масе  $3m$  ће се кретати низ стрму раван, а блок масе  $m$  ће се кретати уз стрму раван. Други Њутнов закон за блок масе  $3m$  гласи:  $3ma_{3m} = F_a^{(3m)} - \mu F_n^{(3m)} - T$  (1), а за блок масе  $m$ :  $ma_m = T - F_a^{(m)} - \mu F_n^{(m)}$  (2). Како је нит којом су блокови везани неистегљива важи:  $a_{3m} = a_m = a$  (3). Нагибни угао обе стрме равни је једнак и износи  $45^\circ$  па важи:  $F_a^{(3m)} = F_n^{(3m)} = \frac{3mg\sqrt{2}}{2}$

(4), и  $F_a^{(m)} = F_n^{(m)} = \frac{mg\sqrt{2}}{2}$  (5). Замјеном (4) и (5) у (1) и (2), сабирањем добијених једнакости и на основу (3) добијамо  $4ma = \frac{2mg\sqrt{2}}{2} - \frac{4mg\mu\sqrt{2}}{2}$  односно сређивањем  $a = \frac{g\sqrt{2}}{4}(1 - 2\mu)$  (6).

(б) На основу претходног можемо закључити да је кретање блокова могуће само уколико важи  $a > 0$  односно:  $1 - 2\mu > 0$  (7). Из неједнакости (7) можемо одредити и максималан коефицијент трења при којем је кретање блокова још увијек могуће као:  $1 - 2\mu = 0$ , односно:  $\mu_{\max} = 0,5$ .

(в) Из једнакости (6) видимо да што је коефицијент трења  $\mu$  већи, то је убрзање система мање. Уколико желимо да убрзање система буде максимално онда коефицијент трења треба да узме минималну могућу вриједност, односно:  $\mu = 0,25$  (8). Замјеном (8) у (6) добијамо:  $a_{\max} = \frac{g\sqrt{2}}{8}$ .