

VII РАЗРЕД

1. Архимед је добио задатак да одреди да ли је круна коју је краљ добио на поклон у цјелости направљена од злата или су у круни и примјесе сребра. Архимед је знао да различити метали имају различиту густину. Могао је вагањем одредити масу круне. Међутим, проблем је било одређивање запремине. Није долазило у обзир да се круна истопа, па да се од ње направи коцка и измјери њена запремина. Стога је Архимед осмислио начин како да одреди запремину без да се круна оштети. Архимед је извагао једнаке масе од 420 g комада сребра и 420 g комада злата, које су једнаке маси круне. У посуду напуњену до врха водом прво је потопио комад сребра дате масе, при чему се из посуде прелило тачно  $40 \text{ cm}^3$  воде.

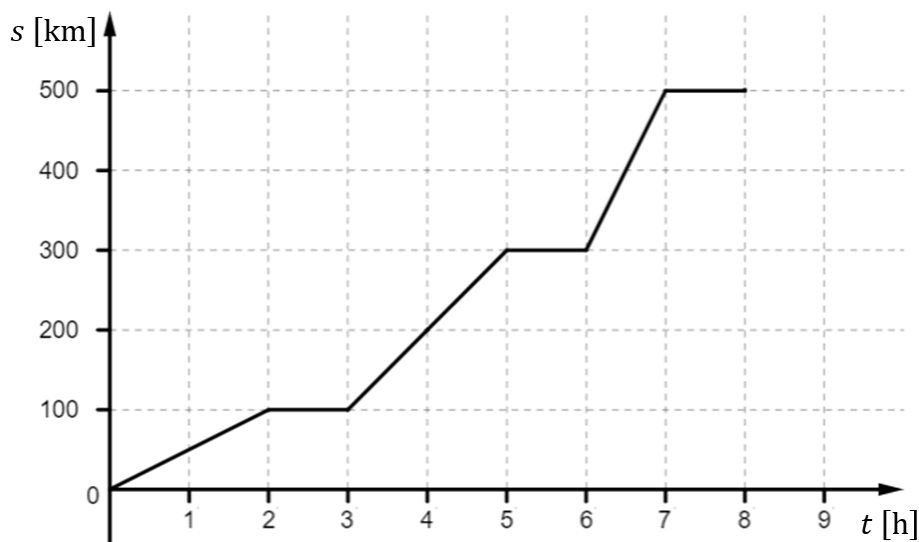
а) Колика је густина сребра у  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ?

б) Архимед је затим потопио круну дате масе у исту посуду, коју је поново напунио до врха водом. Колико милилитара воде се треба излити из посуде уколико је круна у цјелости направљена од злата? Густина злата је 1,84 пута већа од густине сребра.

2. Ана креће у вожњу бициклом. Најприје се вози уз брдо сталном брзином од  $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Тако се кретала једну шестину укупног пута. На сљедећем дијелу вожње наилази на раван и хоризонталан пут који пролази кроз веома лијеп крајолик, те туда успорава и креће се брзином  $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Овај дио пута је трећина укупног. Пошто се задржала дуго, морала је да пожури кући, тако да се остатак пута кретала брзином  $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Колика је њена средња брзина на читавом путу?

3. Брод се креће по ријеци Дрини, насупрот ријечном току, од Андрићграда до чувеног моста, а затим се креће назад до Андрићграда. Брзина брода у односу на ријеку је иста у оба смјера и износи  $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Брзина ријеке је  $1,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Колики је однос укупног времена наведеног кретања брода у оба смјера по ријеци Дрини и времена које је потребно овом истом броду да пређе исту удаљеност али по мирном језеру?

4. На слици 1 је представљен график зависности пута  $s$  од времена  $t$  за кретање воза. Са графика се види да у одређеним интервалима времена воз се креће сталном брзином, а у одређеним интервалима времена воз мирује, јер тада стоји на станицама. Занемарујемо убрзавање и успоравање воза. На основу овог графика израчунати брзине у сваком од шест интервала времена и нацртати график брзине  $v$  у зависности од времена  $t$ . Затим израчунати средњу брзину у току 7 h од почетка кретања.



Слика 1. График зависности пута од времена за кретање воза

5. Опруга у неистегнутом стању има дужину 20 cm. На опругу се окачи тег масе 4 kg, при чему се дужина опруге повећа за једну четвртину у односу на неистегнуто стање. Колика ће бити дужина истегнуте опруге ако се на опругу окачи још један додатни тег од 2 kg? Узети да је вриједност гравитационог убрзања  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Задатке припремила: *Александра Радић*  
Рецензент: Академик, проф. др Јован Шетрајчић

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА VII РАЗРЕД

1. Дати подаци: маса комада сребра је једнака маси комада злата, као и круне и износи:  
 $m = 420 \text{ g} = 0,420 \text{ kg}$ , запремина сребра  $V_1 = 40 \text{ cm}^3 = 0,000040 \text{ m}^3$ , а траже се:

а) густина сребра у  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ :  $\rho_1 = ?$  и б) запремина златне круне у милилитрима:  $V_2 = ?$

а) Густина сребра у  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ :

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} = 10\,500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

б) Густина злата је 1,84 пута већа од густине сребра:

$$\rho_2 = 1,84 \cdot \rho_1 = 19\,320 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Запремина круне од злата:

$$V_2 = \frac{m}{\rho_2} = 0,0000217 \text{ m}^3$$

У милилитрима:

$$V_2 = 21,7 \text{ cm}^3 = 21,7 \text{ ml} \approx 22 \text{ ml}$$

2. Дати подаци: брзина и пут на првом дијелу пута:  $v_1 = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,  $s_1 = \frac{s}{6}$ , на другом дијелу пута:  
 $v_2 = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,  $s_2 = \frac{s}{3}$  и на трећем дијелу пута:  $v_3 = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,  $s_3 = s - \frac{s}{6} - \frac{s}{3} = \frac{s}{2}$ , гдје је  $s$  укупни пут.  
Тражи се средња брзина на цијелом путу:  $v_{sr} = ?$

$$\text{Средња брзина дата је са формулом: } v_{sr} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{s}{t_1 + t_2 + t_3}$$

Непозната времена кретања на три дијела пута се могу изразити преко путева и брзина:

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{s}{6v_1}, t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{3v_2}, t_3 = \frac{s_3}{v_3} = \frac{s}{2v_3}$$

и уврстити у горњу формулу за средњу брзину:

$$v_{sr} = \frac{s}{\frac{s}{6v_1} + \frac{s}{3v_2} + \frac{s}{2v_3}} = \frac{6v_1v_2v_3}{v_2v_3 + 2v_1v_3 + 3v_1v_2} = 16,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

3. Дати подаци су: брзина брода  $v_B = 4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , брзина ријеке  $v_R = 1,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Тражи се однос времена кретања брода од Андрићграда до моста и назад до Андрићграда  $t$  и времена кретања за исту удаљеност истог брода по мирном језеру  $t'$ , тј.:  $\frac{t}{t'} = ?$

Узводно, од Андрићграда до моста, брод се креће брзином:

$$v_1 = v_B - v_R$$

и пређе одређену удаљеност  $s$  за вријеме:

$$t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{s}{v_B - v_R}$$

Низводно, од моста до Андрићграда, брод се креће брзином:

$$v_2 = v_B + v_R$$

и пређе исту удаљеност  $s$  за вријеме:

$$t_2 = \frac{s}{v_2} = \frac{s}{v_B + v_R}$$

Укупно вријеме кретања брода је једнако збиру времена кретања узводно и низводно:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{s}{v_B - v_R} + \frac{s}{v_B + v_R} = s \left( \frac{1}{v_B - v_R} + \frac{1}{v_B + v_R} \right) = s \frac{2v_B}{v_B^2 - v_R^2}$$

Брод по мирном језеру пређе исти укупни пут  $2s$  брзином брода  $v_B$ , јер вода у језеру мирује те је њена брзина једнака нули. Стога је вријеме  $t'$  тог кретања дато са:

$$t' = \frac{2s}{v_B}$$

Тражени однос времена кретања брода по ријечи и по језеру је:

$$\frac{t}{t'} = \frac{\frac{2sv_B}{v_B^2 - v_R^2}}{\frac{2s}{v_B}} = \frac{v_B^2}{v_B^2 - v_R^2} = 1,16$$

4. Са графика се читавају пређени путеви за сваки од шест интервала времена и брзина се израчуна за сваки од интервала:

$$s_1 = 100 \text{ km}, t_1 = 2 - 0 = 2 \text{ h}, \text{ брзина: } v_1 = \frac{s_1}{t_1} = \frac{100}{2} = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$s_2 = 0 \text{ km}, t_2 = 3 - 2 = 1 \text{ h}, \text{ брзина: } v_2 = \frac{0}{1} = 0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

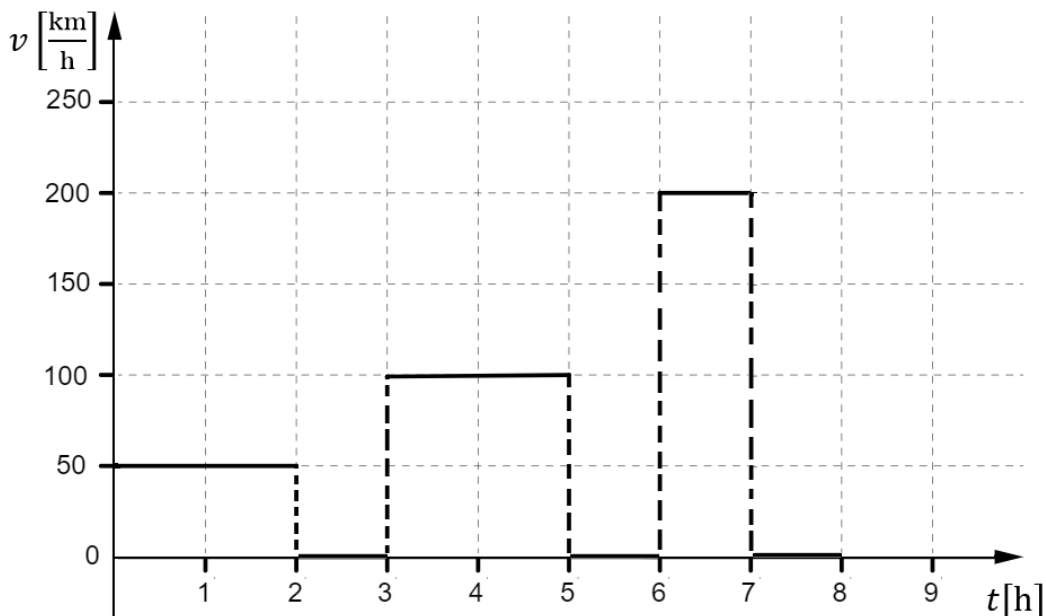
$$s_3 = 300 - 100 = 200 \text{ km}, t_3 = 5 - 3 = 2 \text{ h}, \text{ брзина: } v_3 = \frac{200}{2} = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$s_4 = 0 \text{ km}, t_4 = 6 - 5 = 1 \text{ h}, \text{ брзина: } v_4 = \frac{0}{1} = 0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$s_5 = 500 - 300 = 200 \text{ km}, t_5 = 7 - 6 = 1 \text{ h}, \text{ брзина: } v_5 = \frac{200}{1} = 200 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$s_6 = 0 \text{ km}, t_6 = 8 - 7 = 1 \text{ h}, \text{ брзина: } v_6 = \frac{0}{1} = 0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

На основу добијених вриједности за брзине нацрта се график брзине у зависности од времена за шест интервала :



У другом дијелу задатка тражи се средња брзина у току првих 7 h од почетка кретања:

$$v_{sr} = \frac{s}{t} = \frac{500}{7} = 71,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

5. Дати подаци су: дужина опруге у неистегнутом стању  $l = 20$  cm, маса првог тега  $m_1 = 4$  kg, прво истезање опруге је  $\Delta l_1 = \frac{l}{4}$ , маса другог тега  $m_2 = 2$  kg. Тражи се дужина истегнуте опруге када се на њу окаче оба тега:  $l' = ?$

Када се први тег окачи на опругу, тада на опругу дјелује сила:

$$F_1 = m_1 g = 40 \text{ N}$$

При томе се дужина опруге повећа за једну четвртину њене дужине у неистегнутом стању:

$$\Delta l_1 = \frac{l}{4} = 5 \text{ cm}$$

Када се оба тега окаче на опругу, тада на опругу дјелује сила:

$$F_2 = m_1 g + m_2 g = 60 \text{ N}$$

Истежање опруге се може наћи из односа сила и одговарајућих истежања, које одговара константи истежања опруге:

$$k \equiv \frac{F_1}{\Delta l_1} = \frac{F_2}{\Delta l_2} \Rightarrow \Delta l_2 = \Delta l_1 \frac{F_2}{F_1} = 5 \frac{60}{40} = 7,5 \text{ cm}$$

Дужина истегнуте опруге се добија као збир опруге у неистегнутом стању и израчунатог истежања када су окачена оба тега:

$$l' = l + \Delta l_2 = 20 + 7,5 = 27,5 \text{ cm}$$