28. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (30. април 2022)

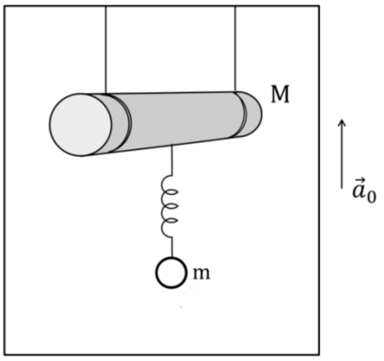
I РАЗРЕД

1. Еластична лоптица се пусти са висине h да пада на дугу непокретну стрму раван нагибног угла α. На којој удаљености од мјеста првог пада на стрму раван ће пасти лоптица након што се одбије од равни. Судар сматрати идеално еластичним а отпор ваздуха занемарити.

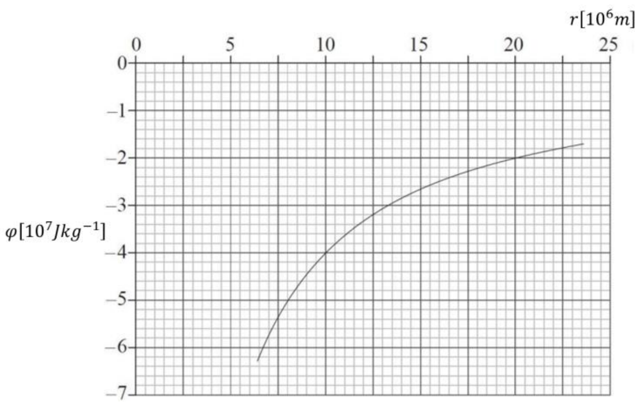
2. Танке нити су намотане на крајеве хомогеног ваљка масе M. Слободни крајеви нити су привезани за плафон кабине лифта. Куглица масе m је повезана преко еластичне опруге за ваљак тако да при ротацији ваљка куглица не ротира. Кабина почиње да се креће навише убрзањем a_0. Наћи убрзање ваљка у односу на кабину лифта. Одредити силу F којом ваљак са куглицом преко нити дјелује на плафон кабине лифта. Уколико је опруга деформисана за Δx одредити њен коефицијент еластичности. Сматрати да нема проклизавања између ваљка и нити.

3. Платформа са пијеском се креће по хоризонталној равни под дејством сталне хоризонталне силе $\vec{F}$ која има смјер њене брзине. При томе пијесак из платформе, кроз отвор на дну, сипи сталном брзином μ у $\frac{kg}{s}$. Наћи убрзање $\vec{a}$ платформе у тренутку t ако је у тренутку t=0 платформа са пијеском имала масу m_0. Трење се занемарује. (Напомена: Производ двије мале величине Δa и Δb је још мањи па се може занемарити)

4. На графику приказаном на слици 2 дата је зависност гравитационог потенцијала Земље у функцији од удаљености од њеног центра. Сателит масе $1000 kg$ кружи по орбити полупречника $10^7 m$. На основу података са графика одредите:
   а) укупну енергију сателита
   б) енергију која се се мора саопштити сателиту да би кружио по орбити двоструко већег полупречника.

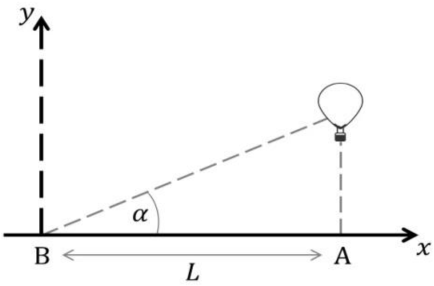


Слика 1

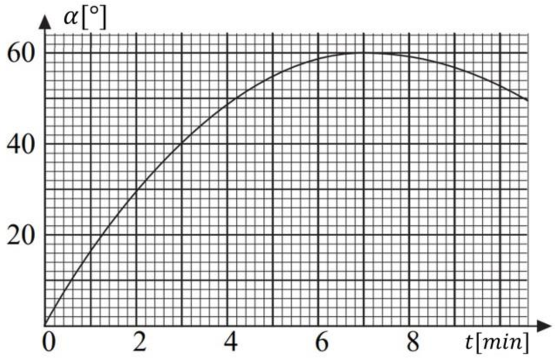


Слика 2

5. На слици 3 приказана је шема експеримента у коме се одређују брзине вјетра на различитим висинама. У тачки А налази се експериментатор који пушта балоне са константном брзином подизања, а у тачки В, удаљеној од тачке А за $L = 1km$, налази се други експериментатор који мјери угао α означен на слици. Након завршетка мјерења добијен је график зависности угла α од времена који је приказан на слици 4. Сматрајући да је брзина вјетра на малим висинама занемарљива одредити брзину подизања балона, висину на којој се балон налази у тренутку $t = 7min$ као и брзину вјетра у том тренутку.



Слика 3

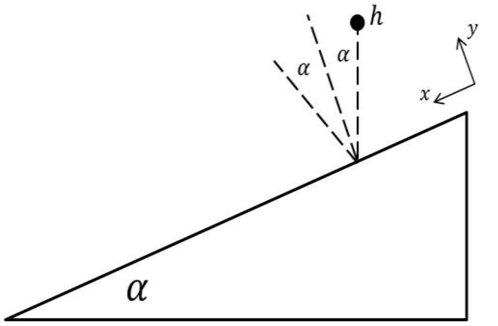


Слика 4

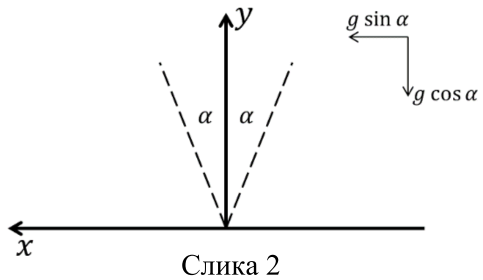
Задатке припремио: Јован Потребић, ФФ Београд
Рецензент: Проф. др Милан Пантић, ПМФ Нови Сад

Рјешења задатака за I разред

1. Лоптица се судара са стрмом равни брзином $v_0 = \sqrt{2gh}$ и од ње се одбија еластично као што је приказано на слици 1. Ради лакше анализе координатни систем можемо поставити као што је назначено, чиме се наш проблем своди на ситуацију приказану на слици 2. Размотримо сада кретање лоптице у референтном систему приказаном на слици 2. За x-осу важи: $v_{0x} = v_0 sin\alpha$ [, $x = v_0 sin\alpha t + \frac{1}{2} g sin\alpha t^2$, док за y-осу важи$v_{0y} = v_0 cos\alpha$. Вријеме достизања „највише“ тачке је $t_z = \frac{v_0 cos\alpha}{g cos\alpha} = \frac{v_0}{g}$,а како је то вријеме једнако времену пада од највише тачке до равни , закључујемо да је укупно вријеме од судара до судара $t_u = \frac{2v_0}{g}$. Одатле је растојање између судара $d = x(t_u) = 8h sin\alpha$.

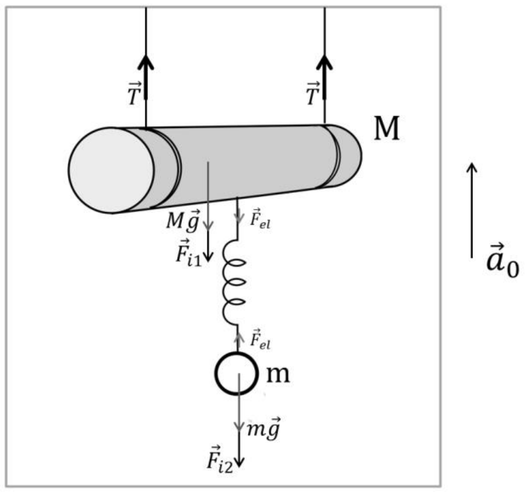


Слика 1



Слика 2

2. Систем везан за кабину лифта је неинерцијални референтни систем те ће у њему дјеловати инерцијалне силе. Други Њутнов закон за ваљак гласи: $Ma = Mg + F_{i1} + F_{el} - 2T$, гдје је $F_{i1} = Ma_0$ инерцијална сила која дјелује на ваљак а F_{el} еластична сила опруге. Према другом Њутновом закону за куглицу важи $ma = -F_{el} + mg + F_{i2}$ гдје је$F_{i2} = ma_0$ инерцијална сила која дјелује на куглицу. Према другом Њутновом закону за ротацију ваљка важи $I\alpha = \mathcal{M} \Rightarrow \frac{1}{2} \mathrm{M} R^2 \alpha = 2TR$. Пошто конац на ваљку не проклизава важи $a = \alpha R$. Рјешавајући дати систем једначина добија се $a = \frac{2(M+m)}{3M+2m}(g + a_0)$, $F = 2T = \frac{M(M+m)}{3M+2m}(g + a_0)$. За еластичну силу опруге важи $F_{el} = k\Delta x = m(g + a_0 - a) \Longrightarrow k = \frac{m(g+a_0-a)}{\Delta x} = \frac{m\left(g+a_0-\frac{2(M+m)}{3M+2m}(g+a_0)\right)}{\Delta x} = \frac{m(g+a_0)(1-\frac{2(M+m)}{3M+2m})}{\Delta x}$



Слика 3

3. Пошто пијесак из платформе истиче равномјерно, маса пијеска на платформи се мијења као $m(t) = m_0 - \mu t$. Посматрајмо импулс система дуж правца кретања у два блиска тренутка t и t+Δt:$p(t) = m(t)v(t)$,$p(t + \Delta t) = m(t + \Delta t)v(t + \Delta t) + \Delta m v(t)$ гдје је $m(t + \Delta t) = m(t) - \Delta m$,$v(t + \Delta t) = v(t) + \Delta v$, Δm маса дјелића пијеска који исцури за вријеме Δt. Одатле слиједи $p(t + \Delta t) = (m(t) - \Delta m)(\, v(t) + \Delta v) + \Delta m v(t) = m(t)v(t) + m(t)\Delta v - \Delta m \Delta v$. Према другом

Њутновом закону важи:$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p(t+\Delta t)-p(t)}{\Delta t} = \frac{m(t)\Delta v - \Delta m\Delta v}{\Delta t}$. Како су и Δm и Δv јако мали, њихов производ је још мањи па се члан $\Delta m\Delta v$може занемарити, одакле слиједи $F = m(t)\frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{F}{m(t)} = \frac{F}{m_0-\mu t}$. Дакле, $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_0-\mu t}$.Примјетимо још да би се исти резултат добио уколико бисмо у други Њутнов закон $a = \frac{F}{m}$ формално уврстили зависност $m(t) = m_0 - \mu t$. Међутим без подробнијег објашњења такав поступак није физички оправдан јер наведени облик другог Њутновог закона $a = \frac{F}{m}$ важи само за системе са константном масом, а систем дат у задатку свакако није такав.

4. Кретање сателита условљено је једнакошћу гравитационе и центрифугалне силе $\gamma\frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$, одакле слиједи $v^2 = \gamma\frac{M}{r}$. Кинетичка енергија сателита је $E_k = \frac{mv^2}{2} = \gamma\frac{mM}{2r} = -\frac{1}{2}E_p$. Укупна енергија сателита је $E = E_k + E_p = \frac{1}{2}E_p$. С друге стране $E_p = m\varphi$, гдје φ очитавамо са датог графика. а) Енергија сателита на положају $r = 10^7 m$ је $\mathrm{E}_1 = -2 \cdot 10^{10} J$. б) Енергија сателита на положају $r = 2 \cdot 10^7 m$ је $\mathrm{E}_2 = -10^{10} J$. Дакле, енергија коју је потребно саопштити сателиту је $\Delta E = \mathrm{E}_2 - \mathrm{E}_1 = 10^{10} J$.

5. Са слике је јасно да важи $tg\alpha = \frac{y}{x}$ гдје су (x,y) координате балона у назначеном координатном систему у неком тренутку. На малим висинама, пошто је брзина вјетра занемарљива важи $y = v_p t,\ x = L,\ tg\alpha \approx \alpha$, гдје је v_p брзина подизања балона , а α угао у радијанима. Одатле слиједи $\alpha_{rad} = \frac{v_p}{L}t$ односно $\alpha_{deg} = \frac{180 v_p}{L\pi}t$. Дакле зависност $\alpha_{deg}(t)$ је облика kt на малим висинама гдје је k $= \frac{180 v_p}{L\pi}$, коефицијент правца дате зависности. Одатле је $v_p = \frac{kL\pi}{180}$. Дакле, сада је довољно одредити коефицијент правца линеарног дијела графика приказаног на слици 4 (а то је дио графика за довољно мале вриједности времена). Коефицијент правца је по дефиницији $k = \frac{\alpha_{deg}(t_2)-\alpha_{deg}(t_1)}{t_2-t_1}$. Одабиром $t_1 = 0s$ и $t_2 = 12s$добија се $v_p \approx 5{,}82\ \frac{m}{s}$. Како је дата брзина константна , висина на којој се налази балон у тренутку $t = 7min$ је тривијално $h = v_p t = 2443m$. Примјетимо затим, да график приказан на слици достиже локални максимум у тренутку $t = 7min$. То значи да се у (бесконачно) малој околини те тачке вриједност фунцкије не мијења. Дакле , за то јако мало вријеме балон се креће дуж праве која спаја координатни почетак и тачку у којој се налази , тј. вектор његове укупне брзине гради баш угао $\alpha(t = 7min)$ са x-осом. Дакле , $tg\alpha(t = 7min) = \frac{v_p}{v_v} \Rightarrow v_v = \frac{v_p}{tg\alpha(t=7min)} = \frac{v_p}{tg(60°)} \approx 3.36\frac{m}{s}$.