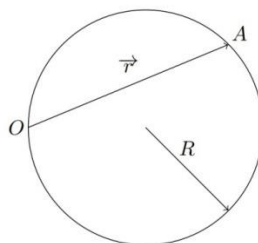


**29. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (4. март 2023)
I РАЗРЕД**

1. Авион са пртљагом лети изнад мора на висини $h = 1962 \text{ m}$ брзином $v_A = 1080 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. На пучини се налази брод који мирује, тако да авион лети дуж правца који је директно изнад брода. Пртљаг је потребно избацити из авиона без почетне брзине тако да падне на брод. Колико времена раније, у односу на тренутак када је авион тачно изнад брода, је потребно избацити пртљаг? Колико је у тренутку избацивања пртљага авион удаљен од брода? Након што пртљаг падне на брод посада брода пошаље сигнал ка авиону у знак захвалности. Колико је авион удаљен од брода у тренутку када тај сигнал стигне до њега? Брзина тог сигнала у ваздуху је $v_s = 5400 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

2. Тачка А креће се по кружници полупречника $R = 25 \text{ cm}$ тако да радијус вектор \vec{r} тачке А у односу на тачку О има константну угаону брзину $\omega_0 = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Одредити интензитет брзине и убрзања тачке А у односу на центар кружнице.



3. Приликом покретања лифт равномерно убрзава првих $1,6 \text{ m}$ те достиже брзину $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Приликом заустављања лифт пређе исти пут. О плафон кабине лифта објешена је опруга константе еластичности k а на њен други крај закачен је тег масе 2 kg . Током кретања лифта дужина опруге се мијења. Приликом убрзавања лифта тег мирује у равнотежном положају у коме је дужина опруге 24 cm . Такође, док лифт успорава тег мирује у равнотежном положају у коме је дужина опруге 26 cm . Узимајући да је $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, одредити:

- а) смјер кретања лифта,
- б) константу еластичности опруге,
- в) дужину опруге приликом равномерног кретања лифта,
- г) дужину неистегнуте опруге.

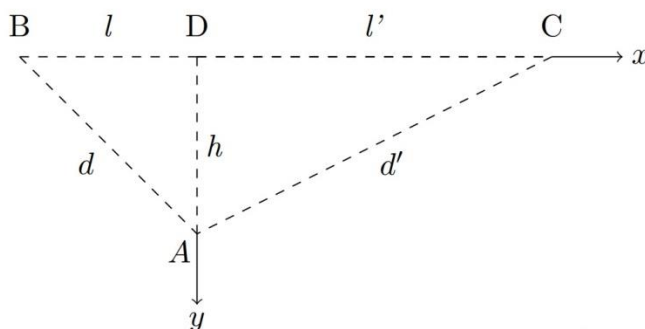
4. Мало тијело налази се у подножју стрме равни нагибног угла $\alpha = 30^\circ$. У неком тренутку тијело се саопшти одређена брзина и оно почне да клизи уз стрму раван. Одредити коефицијент трења између тијела и равни ако је вријеме спуштања тијела низ стрму раван $\lambda = 2$ пута дуже од времена успињања.

5. Куглица пада са одређене висине у воду и у тренутку пада у воду има брзину $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Након $0,5 \text{ s}$ кретања кроз воду куглица пређе $1,2 \text{ m}$. Занемарујући силу отпора средине одредити густину куглице. Густина воде је $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

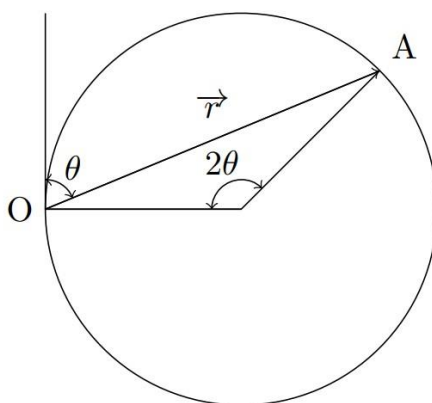
Напомена: На тијело потопљено у течност дјелује вертикално навише сила потиска која је бројно једнака тежини тијелом истиснуте течности.

РЈЕШЕЊА ЗАДАКА ЗА I РАЗРЕД

1. Посматрајмо приложену слику: Авион се креће у правцу x -осе, а брод мирује у тачки А. У тачки В авион испушта пртљаг, а у тачки С сигнал са брода стиже до њега. Брзина пртљага је $\vec{v} = \vec{v}_A + \vec{g}t$ тј. $v_x = v_A, v_y = gt$. Очигледно важи: $l = v_A t$, $h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 20s \rightarrow l = 6000m \rightarrow d = \sqrt{h^2 + l^2} \approx 6313m$. Пошто је у тренутку када пртљаг стигне на брод авион тачно изнад брода важе следеће релације: $d' = v_S t', l' = v_A t'$. На основу Питагорине теореме важи $d' = \sqrt{h^2 + l'^2} \rightarrow v_S t' = \sqrt{h^2 + (v_A t')^2} \rightarrow t' = \frac{h}{\sqrt{v_S^2 - v_A^2}} \approx 1,335s \rightarrow d' \approx 2002m$.



2. Угаона брзина тачке А у односу на тачку О је $\omega_0 = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$. Са приложене слике је очигледно да је угаона брзина тачке А у односу на центар кружнице $\omega = 2\omega_0 \rightarrow v = \omega R = 1 \frac{m}{s}$. Пошто се тачка А креће константном брзином она нема тангенцијално убрзање одакле слиједи $a_n = a = \frac{v^2}{R} = 4 \frac{m}{s^2}$.



3. Када лифт убрзава према *горе*, на тег дјелују силе приказане слици лијево, а пошто тег мирује у равнотежном положају, збир тих сила мора бити једнак нули: $F_{e-g} = k(x_g - x_0) = mg + ma_1$. Када се лифт креће према *доље*, на тег дјелују силе приказане на другој слици, а пошто и у том случају тег мирује у равнотежном положају, збир тих сила мора бити нула: $F_{e-d} = k(x_d - x_0) = mg - ma_1$. Из

претходних једначина може се закључити да је еластична сила опруге већа када је убрзање лифта усмјерено нагоре па је према томе и дужина опруге у том случају већа тј. $x_g = 26 \text{ cm}$, док је $x_d = 24 \text{ cm}$. Одатле закључујемо да се лифт спушта.

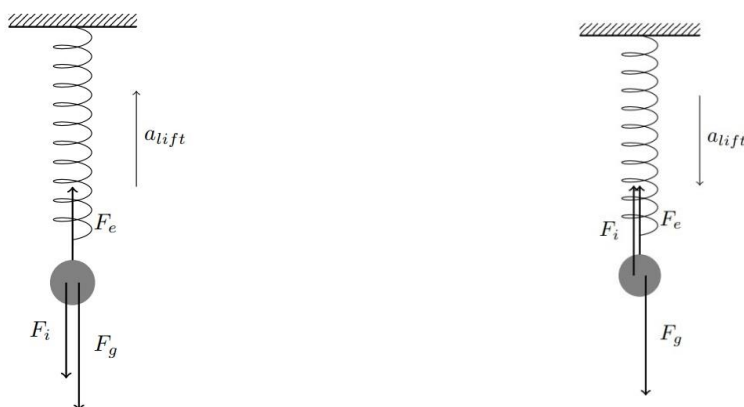
Пређени пут који лифт пређе приликом убрзавања (успоравања) једнак је:

$s = \frac{v^2}{2a_l} \rightarrow a_l = \frac{v^2}{2s} = 1.25 \frac{m}{s^2}$. Одузимањем друге једначине од прве добије се једнакост

$k(x_g - x_d) = 2ma_l \rightarrow k = \frac{2ma_l}{(x_g - x_d)} = 250 \frac{N}{m}$. Сабирањем прве двије једначине

добивамо: $k(x_d + x_g - 2x_0) = 2mg \rightarrow x_0 = \frac{x_d + x_g}{2} - \frac{mg}{k} = 17 \text{ cm}$. Када се лифт креће константном брзином важи:

$$F_{e-r} = k(x_r - x_0) = mg \rightarrow x_r = x_0 + \frac{mg}{k} = 25 \text{ cm}.$$



4. Приликом кретања тијела уз стрму равн, на основу другог Њутновог закона важи $a_u = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$. Осим тога, за равномерно успорено кретање важи:

$$v = v_0 - a_u t, v = 0 \frac{m}{s} \rightarrow t_u = \frac{v_0}{a_u} = \frac{v_0}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}, s = v_0 t_u - \frac{1}{2} a_u t_u^2 = \frac{1}{2} a_u t_u^2.$$

Када се тијело креће низ стрму равн важи $a_s = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$, $s = \frac{1}{2} a_s t_s^2$. Из наведених

$$\text{једначина слиједи } \lambda = \frac{t_s}{t_u} = \sqrt{\frac{a_u}{a_s}} = \sqrt{\frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}} \rightarrow$$

$$\mu = \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 + 1} \text{tg}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}.$$

5. Најприје одредимо да ли куглица убрзава или успорава у течности. Ако потражимо средњу брзину куглице у првих $0,5s$ од пада у воду добијамо $v_{sr} = \frac{1,2m}{0,5s} = 2,4 \frac{m}{s} > 1 \frac{m}{s}$.

Из дате неједнакости закључујемо да куглица убрзава у течности. Дакле, већ на основу прелиминарних разматрања можемо закључити да је густина куглице већа од густине

воде. На куглицу у води дјелује гравитациона сила наниже и сила потиска навише. На основу другог Њутновог закона добијамо $ma = mg - \rho_v Vg \rightarrow \rho_k V a = \rho_k Vg - \rho_v Vg \rightarrow$

$$\rho_k = \frac{g}{g-a} \rho_v. \text{ Убрзање куглице одређујемо из израза } s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow a = \frac{2(s-v_0 t)}{t^2} =$$

$$5.6 \frac{m}{s^2}. \text{ Коначно добијамо } \rho_k = 2330 \frac{kg}{m^3}.$$