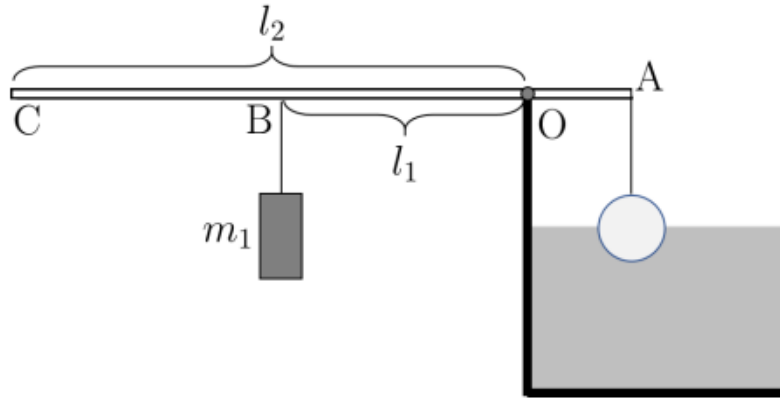


**29. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА**  
**СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (29. април 2023)**

**IV РАЗРЕД**

1. За десни крај (тачка А) полуге занемарљиве масе неистегљивом нити окачена је хомогена алуминијумска кугла која је дјелимично уроњена у уље. У тачку В, која се налази лијево од тачке ослонца О на растојању  $l_1 = 50\text{cm}$ , закачимо тег масе  $m_1 = 2.3\text{kg}$  тако да тачно половина запремине алуминијумске кугле буде уроњена у уље (слика 1). Потом уклонимо тег масе  $m_1$ , уље у посуди замијенимо водом и куглу поставимо у воду при чему се положај тачке ослонца О при овоме не мијења. Прије наливања воде у посуду посуда је очишћена од трагова уља, а такође и кугла прије него је уроњена у воду.



слика 1

- (а) На ком растојању  $l$  од тачке ослонца О треба закачити тег масе  $m_1$  да би половина запремине алуминијумске кугле била потопљена у води (при томе је полуга у равнотежи)?
- (б) Тег колике масе  $m_2$  мора бити окачен о лијеви крај полуге (тачка С) који се налази на растојању  $l_2 = 110\text{cm}$  од тачке ослонца О да би половина запремине алуминијумске кугле била потопљена у води?

Густина алуминијума је  $\rho_{\text{Al}} = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , густина уља је  $\rho_{\text{u}} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , густина воде је  $\rho_{\text{v}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

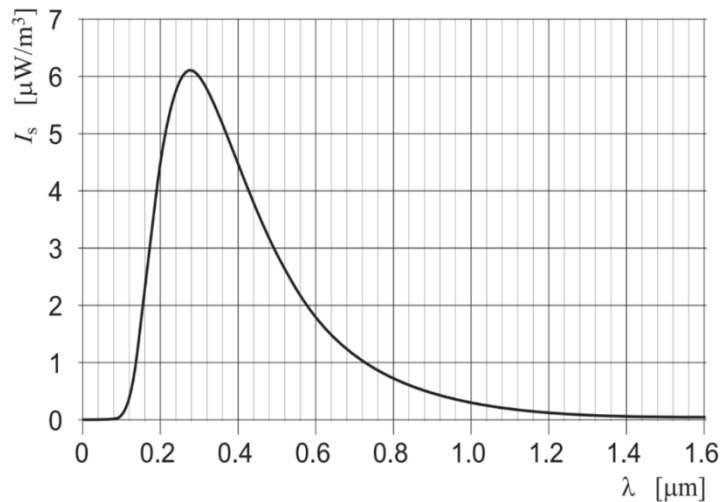
2. Свјетлост, настала пражњењем у цијеви у којој се налази водоник, пада на оптичку решетку константе  $d = 1.2 \cdot 10^{-6}\text{m}$ . У којем интервалу углова се могу видјети све линије Балмерове серије у дифракционом спектру првог реда? Износ Ридбергове константе је  $1.097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}$ .

3. У овом задатку бавићемо се звијездама и њиховим спектрима.

(а) Теоријски физичар *Subrahmanyan Chandrasekhar* први је сугерисао да бијеле патуљасте звијезде имају горњу границу своје масе која је дата са  $M_{limit} = k\sqrt{3\pi} \left(\frac{\hbar c}{G}\right)^a \left(\frac{1}{\mu_e m_H}\right)^2$ , гдје су  $k$  и  $\mu_e$  бездимензионални,  $m_H$  је маса једног водониковог атома,  $\hbar$  је редукована Планкова константа,  $c$  је брзина свјетлости у вакууму, а  $G$  универзална гравитациона константа. За наведену граничну вриједност масе добио је Нобелову награду 1983. године. Димензионалном анализом одредите вриједност  $a$ .

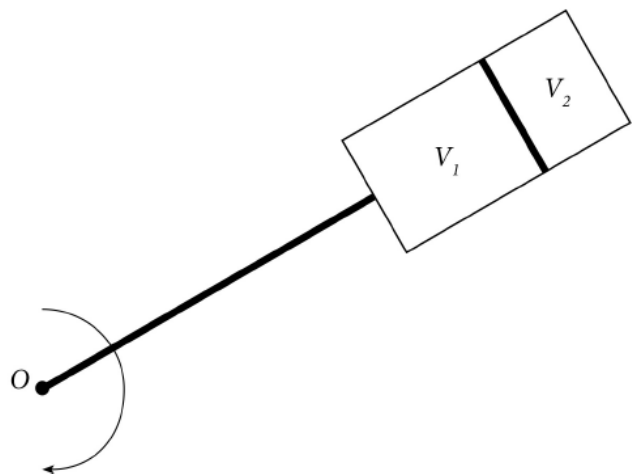
(б) Винова емпиријска формула за расподјелу енергије у спектру црног тијела има облик  $E(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}$ , гдје су  $C_1$  и  $C_2$  константе. Полазећи од дате формуле извести Винов закон помијерања и узимајући да је  $C_2 = 1.4388 \cdot 10^{-2} \text{K} \cdot \text{m}$  одредити Винову константу.

(в) Уколико је на слици 2 приказан спектар звијезде, на основу Виновог закона помијерања одредити њену апсолутну температуру.



слика 2

4. Дугачка шипка је причвршћена за мали цилиндар који ротира сталном угаоном брзином  $\omega = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  у хоризонталној равни око осе која пролази кроз крај шипке  $O$  (слика 3). У цилиндру се налази ваздух и он је подијељен клипом масе  $m = 490\text{g}$  и површине попречног пресека  $S = 100\text{cm}^2$ . При ротацији растојање од тачке  $O$  до центра клипа износи  $r = 1.36\text{m}$ . Колики је однос запремина  $\frac{V_1}{V_2}$  ваздуха у цилиндру током ротације, ако знамо да су у одсуству ротације запремине једнаке, као и притисци који износе  $p_0 = 1.1 \cdot 10^5 \text{Pa}$ ? Сматрати да је температура ваздуха константна, те да је трење клипа са зидовима цилиндра занемарљиво.



слика 3

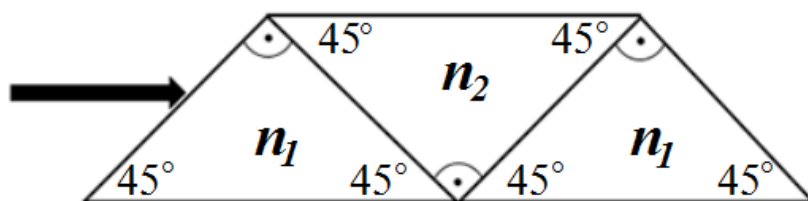
5. Оптички систем сачињавају три тростране правоугаоне призме направљене од материјала индекса преламања  $n_1$  и  $n_2$  (слика 4). Када се монохроматски сноп жуте свјетлости хоризонталног правца усмјери на оптички систем зрак жуте свјетлости задржава хоризонталан правац при проласку кроз централну призму, а и након што прође кроз све три призме такође има хоризонталан правац. За таласну дужину жуте свјетлости индекс преламања прве и треће призме је  $n_{1\lambda} = 1.506$ .

(а) Одредити индекс преламања  $n_{2\lambda}$  централне призме за жуту свјетлост.

(б) За љубичасту свјетлост индекс преламања прве и треће призме је  $n_{1lj} = 1.525$ , а централне  $n_{2lj} = 1.944$ . За црвену свјетлост индекс преламања прве и треће призме је  $n_{1c} = 1.494$ , а централне  $n_{2c} = 1.851$ .

Одредити углове за које на излазу из оптичког система зрак љубичасте свјетлости и зрак црвене свјетлости одступају од хоризонталног правца уколико упадају на оптички систем са хоризонталним правцем као на слици 4.

Призме су смјештене у ваздушну средину индекса преламања  $n_v = 1$ .



слика 4

Задатке припремио: мр Бојан Ковачевић, ПМФ Бања Лука

Рецензент: проф.др Душанка Марчетић, ПМФ Бања Лука

## РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА IV РАЗРЕД

1. Уведимо ознаку  $|OA| = x$  и обиљежимо са  $V$  запремину кугле.

За случај када је тег масе  $m_1$  овјешан о тачку В и половина запремине кугле потопљена у уље услов равнотеже полуге даје:

$$m_1 g l_1 = \rho_{Al} V g x - \rho_u \frac{V}{2} g x \Rightarrow m_1 l_1 = V x (\rho_{Al} - \frac{\rho_u}{2}). \quad (*)$$

$$(a) m_1 g l = \rho_{Al} V g x - \rho_v \frac{V}{2} g x \Rightarrow m_1 l = V x (\rho_{Al} - \frac{\rho_v}{2}). \quad (**)$$

Дијелењем једначина (\*\*) и (\*) добија се

$$l = l_1 \cdot \frac{\rho_{Al} - \frac{\rho_v}{2}}{\rho_{Al} - \frac{\rho_u}{2}}, l \approx 47.8 \text{ cm}.$$

(б) Када је тег масе  $m_2$  окачен о лијеви крај полуге (тачка С), а половина запремине кугле је потопљена у воду услов равнотеже полуге ће бити:

$$m_2 g l_2 = \rho_{Al} V g x - \rho_v \frac{V}{2} g x \Rightarrow m_2 l_2 = V x (\rho_{Al} - \frac{\rho_v}{2}). \quad (***)$$

Дијелењем једначина (\*\*\*) и (\*) добија се

$$\frac{m_2 l_2}{m_1 l_1} = \frac{\rho_{Al} - \frac{\rho_v}{2}}{\rho_{Al} - \frac{\rho_u}{2}} \Rightarrow m_2 = m_1 \frac{l_1}{l_2} \frac{\rho_{Al} - \frac{\rho_v}{2}}{\rho_{Al} - \frac{\rho_u}{2}}, m_2 = 1 \text{ kg} \text{ (вриједност масе } m_2 \text{ може се одредити и дијелењем једначина (***) и (**)).}$$

2. Балмерова серија настаје када електрони у атому водоника прелазе са виших енергијских нивоа на други.

Највећа таласна дужина у Балмеровој серији одговара прелазу са трећег енергијског нивоа:

$$\frac{1}{\lambda_{max}} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right), \lambda_{max} = 656 \text{ nm}.$$

За најмању таласну дужину у Балмеровој серији вриједи:

$$\frac{1}{\lambda_{min}} = R \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \lambda_{min} = 365 \text{ nm}.$$

Из услова за дифракциони максимум првог реда  $d \sin \theta = \lambda$  слиједи  $\theta = \arcsin \left( \frac{\lambda}{d} \right)$ , те је

$$\theta_{max} = \arcsin \left( \frac{\lambda_{max}}{d} \right), \theta_{max} = 33.14^\circ,$$

$$\theta_{min} = \arcsin \left( \frac{\lambda_{min}}{d} \right), \theta_{min} = 17.71^\circ.$$

3. (а) Вриједност  $a$  се може наћи на следећи начин:

$$kg = \left( \frac{J \cdot s \cdot \frac{m}{s}}{N \cdot \frac{m^2}{kg^2}} \right)^a \frac{1}{(kg)^2},$$

$$N = \frac{kg \cdot m}{s^2}, J = \frac{kg \cdot m^2}{s^2},$$

$$kg = \left( \frac{\left( \frac{kg \cdot m^2}{s^2} \cdot s \cdot \frac{m}{s} \right)^a}{\frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot \frac{m^2}{kg^2}} \right) \frac{1}{(kg)^2} \Rightarrow a = \frac{3}{2}.$$

(б) Винов закон помијерања односи се на таласну дужину  $\lambda_{max}$  којој одговара максимум емисионе моћи и која се може одредити изједначавањем првог извода по  $\lambda$  функције  $E(\lambda, T)$  тј.  $E'(\lambda, T) = -5 \frac{c_1}{\lambda^6} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}} + \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{c_2}{\lambda^2 T} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}$  са нулом:

$$\frac{c_1}{\lambda_{max}^7 T} e^{-\frac{c_2}{\lambda_{max} T}} (-5\lambda_{max} T + c_2) = 0.$$

Последњи израз је једнак нули за  $5\lambda_{max} T = c_2$ , тј. за  $\lambda_{max} = \frac{c_2}{5T} = \frac{b}{T}$ , гдје је  $b = \frac{c_2}{5}$ ,  $b = 2.8776 \cdot 10^{-3} \text{K} \cdot \text{m}$ .

(в) Са графикана је таласна дужина која одговара максимуму криве  $\lambda_{max} = 0.28 \mu\text{m}$ . Према Виновом закону  $T = \frac{b}{\lambda_{max}}$ ,  $T = 1.03 \cdot 10^4 \text{K}$ .

4. Нека су притисци  $p_1$  и  $p_2$  у дијеловима цилиндра са запреминама  $V_1$  и  $V_2$  респективно. При ротацији система клип је под дејством сила у хоризонталној равни за које вриједи

$$m\omega^2 r = p_2 S - p_1 S.$$

Према Бојл-Мариотовом закону је

$$p_1 V_1 = p_0 V_0 \Rightarrow p_1 = \frac{p_0 V_0}{V_1},$$

$$p_2 V_2 = p_0 V_0 \Rightarrow p_2 = \frac{p_0 V_0}{V_2},$$

па вриједи  $m\omega^2 r = p_0 V_0 S \left( \frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$ .

Такође вриједи  $V_1 + V_2 = 2V_0 \Rightarrow V_0 = \frac{V_1 + V_2}{2}$ , те се добија

$$\frac{2m\omega^2 r}{p_0 S} = \frac{V_1}{V_2} - \frac{V_2}{V_1}.$$

Преуређењем последњег израза добија се квадратна једначина облика

$$\left( \frac{V_1}{V_2} \right)^2 - \frac{2m\omega^2 r}{p_0 S} \left( \frac{V_1}{V_2} \right) - 1 = 0.$$

Квадратна једначина, генерално, има два рјешења

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{2m\omega^2 r}{p_0 S} \pm \sqrt{\left(\frac{2m\omega^2 r}{p_0 S}\right)^2 + 4}}{2}.$$

Међутим, овдје само позитивно рјешење има физичког смисла

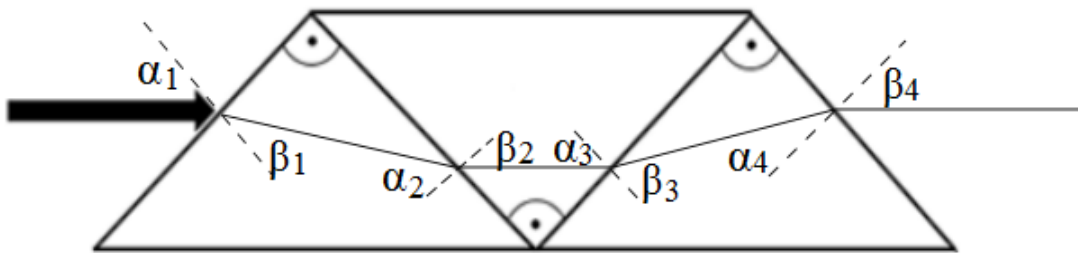
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{m\omega^2 r}{p_0 S} + \sqrt{\left(\frac{m\omega^2 r}{p_0 S}\right)^2 + 1},$$

што даје

$$\frac{v_1}{v_2} = 1.27.$$

5. (а) Индекс преламања  $n_{2z}$  централне призме за жуту свјетлост може се одредити из  $n_{2z} = \frac{n_{1z} \cdot \sin \alpha_2}{\sin \beta_2}$  (слика) уколико су познате вриједности углова  $\alpha_2$  и  $\beta_2$ . Уочава се да је  $\beta_2 = 45^\circ$ , док се вриједност  $\alpha_2$  може одредити из  $\alpha_2 = 90^\circ - \beta_1$  уколико се претходно одреди вриједност  $\beta_1$ .

За  $\beta_1$  на основу закона преламања  $n_v \sin \alpha_1 = n_{1z} \sin \beta_1$  и  $\alpha_1 = 45^\circ$  добија се  $\beta_1 = 28^\circ$  те је  $\alpha_2 = 62^\circ$  и коначно  $n_{2z} = 1.881$ .



слика

(б)

	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\alpha_4$	$\beta_4$
љубичаста $n_{1lj} = 1.525$ $n_{2lj} = 1.944$	$45^\circ$	$27.6^\circ$	$62.4^\circ$	$44^\circ$	$46^\circ$	$66.5^\circ$	$23.5^\circ$	$37.5^\circ$
црвена $n_{1c} = 1.494$ $n_{2c} = 1.851$	$45^\circ$	$28.2^\circ$	$61.8^\circ$	$45.3^\circ$	$44.7^\circ$	$60.6^\circ$	$29.4^\circ$	$47.2^\circ$

Љубичасти зрак скреће за угао  $\theta_{lj} = 45^\circ - 37.5^\circ = 7.5^\circ$  изнад хоризонталног правца, док црвени зрак скреће за угао  $\theta_c = 47.2^\circ - 45^\circ = 2.2^\circ$  испод хоризонталног правца.