

Милко Бабић, стручни савјетник за физику
Републички педагошки завод, Бања Лука
Подручна јединица, Бијељина

Кондензатори и губици енергије

Сажетак: Овај рад разматра губитак енергије у систему кондензатора. У првом примјеру је ријеч о губитку енергије при прелазу наелектрисања са пуног на празан кондензатор у паралелној вези. Објашњење појаве је дато у хидродинамичкој аналогији овог процеса - систему спојених судова. У другом примјеру су размотрени губици енергије при пуњењу кондензатора.

Кључне ријечи: кондензатори, губици енергије, пуњење кондензатора

Група научника са Масачусетског института за технологију (MIT) је недавно најавила нову врсту кондензатора великог капацитета (ултракондензатора), који су израђени уз помоћ нанотехнологије. Милиони угљеничних наноцијеве на њиховој површини им омогућавају велико повећање површине електрода а тиме и способности да складиште енергију. То даје наду да ће нова врста кондензатора у будућности да замијени батерије у мобилним уређајима (мобилним телефонима, преносивим рачунарима, хибридним аутомобилима итд.). Вријеме пуњења ових кондензатора би се мијерило у секундама а животни вијек би им био практично бесконачан тј. много дужи од трајања уређаја у које се уграђују. Ова вијест је добар увод за час додатне наставе физике на коме би се детаљније говорило о енергији ускладиштеној у кондензатору и губицима који су скопчани с тим.

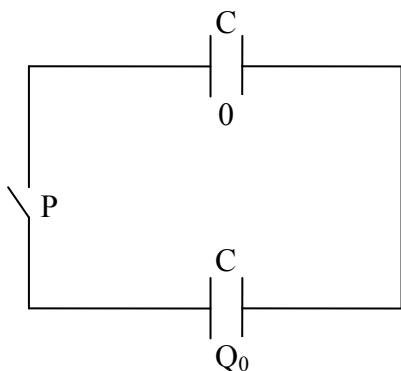
Губитак енергије између два кондензатора

Кондензатор капацитета C који је у почетном тренутку прикључен на напон U_0 напуњен је количином електрицитета Q_0 . Како се на плочама кондензатора (облогама) налази наелектрисање $+Q_0$ на једној а $-Q_0$ на другој, то је укупна количина наелектрисања на кондензатору једнака нули. Израз „наелектрисање кондензатора“ односи се на на количину електрицитета на једној његовој плочи без обзира на предзнак.

$$Q_0 = CU_0 \quad (1)$$

$$\text{Енергија напуњеног кондензатора } E_0 = \frac{1}{2} CU_0^2 \quad (2)$$

Размотримо шта се дешава када напуњен кондензатор паралелно спојимо са истим таквим кондензатором који је празан (слика 1).



Слика 1

Када се прекидач затвори, доћи ће до тока електрицитета са напуњеног кондензатора на празан кондензатор. Процес ће трајати све док се

потенцијали плоча које су у вези не изједначе. То значи да ће напони на оба кондензатора бити исти и износиће U_1 .

Пошто су кондензатори истог капацитета а између њихових плоча је исти напон U_1 , на њиховим плочама ће се налазити иста количина електрицитета

$\frac{Q_0}{2}$, због закона одржања наелектрисања.

$$U_0 = \frac{Q_0}{C}, \quad U_1 = \frac{Q_0}{2C}, \quad U_1 = \frac{1}{2}U_0 \quad (3)$$

Укупан капацитет паралелне везе ова два кондензатора означимо са C_E
 $C_E = C + C = 2C$

Енергија ускладиштена у систему ова два кондензатора је E_1

$$E_1 = \frac{1}{2}C_E U_1^2 = \frac{1}{2}(2C)\left(\frac{1}{2}U_0\right)^2 = \frac{1}{4}CU_0^2 = \frac{1}{2}E_0$$

Дакле, енергија ускладиштена у овој паралелној вези кондензатора је два пута мања од енергије првог кондензатора. Уочљиво је да се у овом процесу изгубила половина почетне енергије. Уобичајено објашњење је да се половина енергија претвори у топлоту услед тока струје приликом преласка наелектрисања са пуног кондензатора на кондензатор који је празан.

Да ли се може утицати на ефикасност овог процеса? Ако би измијенили отпор проводника којим су кондензатори спојени, требало би да се измијени и дио енергије који се претворио у топлоту. Међутим, то се не дешава. Увијек се изгуби тачно половина енергије. Остаје нејасно зашто баш половина?

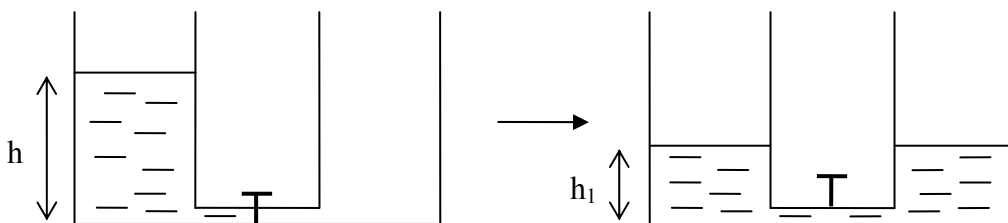
Хидродинамичка аналогија за губитак енергије у систему кондензатора

Још у 18. вијеку у експериментима са електрицитетом је уочена сличност између кретања електрицитета и кретања (струјања) воде. Та аналогија се задржала до данас кроз израз „електрична струја“.

Експеримент аналоган са губитком енергије између кондензатора, могао би се извести са водом на сљедећи начин. Цилиндрична посуда напуњена водом до висине h има сличности са напуњеним кондензатором. Потенцијална енергија воде у овој посуди се може израчунати као

$$E_0 = mgh_0 \quad \text{гдје је } h_0 = \frac{h}{2} \quad (4)$$

Цилиндар са водом је спојен преко вентила са истим таквим цилиндром који је празан (сл. 2).



Слика 2

Након отварања вентила нивои воде у оба цилиндра ће се изједначити. Маса у овом експерименту је остала иста, баш као и наелектрисање у експерименту са кондензаторима. Ако се занемари запремина воде у цјевчици која спаја посуде, висина воде у спојеним судовима $h_1 = \frac{h}{2}$. Укупна потенцијална енергија воде у спојеним посудама E_1 , ако се узме у обзир једнакост (4) ће бити:

$$E_1 = \frac{m}{2} g \frac{h_1}{2} + \frac{m}{2} g \frac{h_1}{2} = \frac{m}{2} g h_1 = \frac{m}{2} g \frac{h}{2} = \frac{1}{2} E_0$$

Као и у претходном случају паралелно спојених кондензатора, тачно половина енергије је ишчезла. Крајње је необично да је добијен потпуно исти резултат. Међутим, у овом случају је много лакше објаснити гдје је енергија нестала.

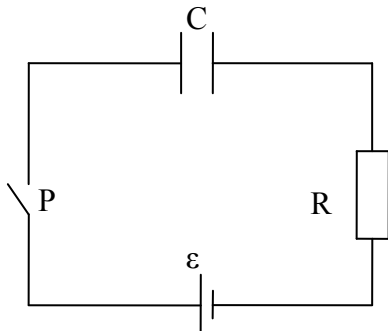
Прије отварања вентила, течност из прве посуде дјелује силом на вентил усљед хидростатичког притиска. Та сила је у равнотежена реакцијом вентила. Након отварања вентила реакција изостаје и течност почиње убрзано кретање. Потенцијална енергија се претвара у кинетичку. Ниво воде у првом суду се смањује а у другом повећава. Због инерције у једном тренутку ниво воде у другом суду ће за моменат бити виши него у првом суду. Резултујућа сила у попречном пресеку цјевчице која спаја судове ће бити усмјерена улијево. Вода из другог суда ће кренути према првом суду. Ниво воде у првом суду ће се повећавати према равнотежном нивоу, а у другом суду ће опадати. Ако не би било отпора кретању воде (вискозност и трење са зидовима суда), дошто би до хармонијског осциловања нивоа воде у посудама око равнотежног нивоа h_1 . При проласку нивоа воде кроз равнотежни положај, кинетичка енергија воде била би једнака половини почетне потенцијалне енергије у једном суду прије отварања вентила, тј. енергији за коју очекујемо да ишчезне у овом процесу. Али због постојања отпора кретању усљед трења са зидовима суда и стварања турбуленција, кинетичка енергија се претвара у топлоту. Због тога је осциловање пригушено. Ако је отпор велики, већина кинетичке енергије се претвори у топлоту након прве осцилације. Али ако је отпор кретању мали, ниво воде у посудама ће направити неколико осцилација око равнотежног нивоа прије него што се сва кинетичка енергија претвори у топлоту.

Иста идеја се може примјенити и за губитак енергије у паралелној вези кондензатора. Можемо да замислимо да наелектрисања осцилују између два кондензатора све док се половина енергије не претвори у топлоту усљед постојања електричног отпора проводника којим су кондензатори спојени. Тако постаје разумљиво зашто измјена отпора проводника не утиче на количину изгубљене енергије. Ако је отпор проводника мањи, наелектрисања ће начинити више осцилација прије достизања равнотеже. Првобитни ток мисли о овом процесу је да

се равнотежа достиже директно у једном пролазу Постоји још једна аналогија. Отпор вентила у експерименту са водом одговара отпору проводника код кондензатора. Први изазива кочење воде, а други кочење електричне струје, али оба изазивају пригушење.

Губици енергије при пуњењу кондензатора

Кондензатор капацитета C је прикључен преко отпорника на батерију електромоторне силе ε (слика 3). У почетном тренутку ($t=0$) прекидач се затвори и почиње пуњење кондензатора. Након што је кондензатор напуњен количина електрицитета на кондензатору износи



Слика 3

$$Q = C\varepsilon \quad (1)$$

Према теорији кондензатора, за вријеме пуњења, количина електрицитета на плочама кондензатора се мијења током времена и износи

$$q(t) = Q[1 - \exp(-t/RC)] \quad (2)$$

Почетна јачина струје при пуњењу кондензатора је

$$I = \varepsilon/R \quad (3)$$

Тренутна јачина струје је

$$I(t) = (\varepsilon/R)\exp(-t/RC) \quad (4)$$

Снага коју испоручује батерија је

$$P_B = \varepsilon I \quad (5)$$

Интеграцијом (5) у интервалу од $t=0$ до $t = \infty$ добија се укупна енергија коју је испоручила батерија

$$E_B = \int_0^{\infty} \varepsilon I dt = \int_0^{\infty} (\varepsilon^2/R)\exp(-t/RC) dt = C\varepsilon^2 \quad (6)$$

Снага израчена на отпорнику је

$$P_T = I^2 R \quad (7)$$

Интеграцијом (7) у интервалу од $t=0$ до $t = \infty$ добија се израчена енергија на отпорнику

$$E_T = \int_0^{\infty} I^2 R dt = \int_0^{\infty} (\varepsilon^2/R)\exp(-t/RC) dt = (\varepsilon^2/R) \int_0^{\infty} \exp(-t/RC) dt = C\varepsilon^2/2 \quad (8)$$

Енергија ускладиштена у кондензатору је

$$E_C = C\varepsilon^2/2 \quad (9)$$

Резултат је донекле неочекиван. Половина енергије коју испоручује батерија се троши на загријавање отпорника, а половина се складишти у кондензатору, без обзира које су вриједности R , C и ε . Овакав закључак је последица бесконачног времена (теоријски) потребног да се оконча процес пуњења кондензатора. Отуда су у рачуну границе интеграције биле од нуле до бесконачности, а због тога се у коначном резултату и не појављује отпорност R . Ако би се процес пуњења кондензатора прекинуо прије окончања, резултат би зависио и од отпорности R .

Треба напоменути да је енергија коју напуњен кондензатор испоручује електричном колу увијек мања од ускладиштене енергије. Наиме стварни кондензатори имају коначан отпор диелектрика између плоча и могу се разматрати као паралелна веза идеалног кондензатора и отпорника (који представља диелектрик између плоча). То у коначним прорачунима доводи до закључка да је енергија испоручена колу мања од ускладиштене.

Литература

- Cindro, N. (1988). Fizika 2, Elektricitet i magnetizam, Zagreb: Školska knjiga.
- Newburgh, R. (2005). Two theorems on dissipative energy losses in capacitor systems. *Phys. Educ.* 40 (4)
- Mould, S. (1998). The energy lost between two capacitors: an analogy *Phys. Educ.* 33 (5)
- Paulo Simeao Carvallho, Adriano Sampaio e Sousa (2008). Helping students understand real capacitors: measuring efficiencies in a school laboratory *Phys. Educ.* 43 (4)
- http://lees-web.mit.edu/lees/schindall_j.htm